

# 임의 FIR 필터 이론, 설계 및 애플리케이션



오실로스코프에는 사용자가 주문형 FIR 필터를 Math 파형에 적용할 수 있는 기능이 통합되어 있습니다. 이 자료에서는 FIR의 이론, 유한 임펄스 응답, DSP를 사용한 필터에 대해 상세하게 설명합니다. 또한 이들 필터를 설계하기 위한 몇 가지 방법을 설명합니다. 이와 더불어 오실로스코프 Math 기능에서 사용된 텍트로닉스 임의 필터와 함께 사용하도록 제공되는 FIR 필터 라이브러리에 대해서도 설명합니다. 이 자료에서는 FIR 필터 유형만을 다룹니다.

## 1. 소개

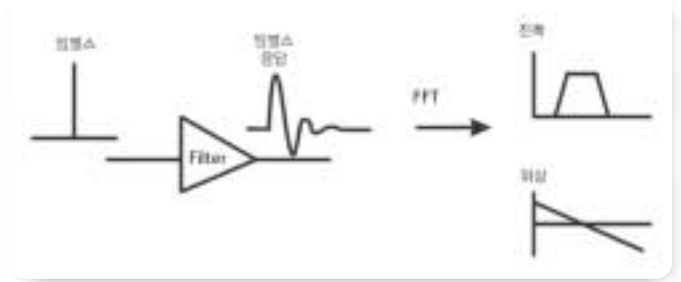
신호 처리 측면에서 볼 때, 필터는 파형의 형태를 변화시키는 수학적 절차로 생각할 수 있습니다. 이렇게 하여 특정 형태의 파형이 주어지면, 필터는 일부 기본 규칙 문맥, 가정 및 제한사항 내에서 원하는 형태로 이를

변환시키도록 설계할 수 있습니다. 이와 같이, 넓은 관점에서는 신호를 처리하는 모든 시스템을 필터라고 생각할 수 있습니다. 예를 들면, 오실로스코프 채널은 3 dB 아래 지점이 대역폭의 기준이 되는 저역 필터로 동작합니다. AC 결합이 사용된 경우, 오실로스코프는 대역통과 필터로 동작합니다.

컴퓨터와 디지털 샘플링이 출현하기 전에, 엔지니어는 주로 전기 회로로 구현된 아날로그 필터를 다루었습니다. 이들 필터에는 컨벌루션이라고 알려진 "아날로그 계산"을 수행하기 위해 저항 커패시터 및 인덕터를 사용했습니다. 디지털 컴퓨터 및 A/D 컨버터의 발명과 더불어, 컨벌루션 프로세스는 신호를 나타내는 2진 데이터 샘플에서 일련의 곱셈과 덧셈에 의해 이루어질 수 있습니다.

디지털 필터는 아날로그 필터에 비해 현저한 장점들을 지니고 있습니다. 예를 들면, 아날로그 필터 회로 부품의 허용오차 값은 고차 필터가 구현하기 어렵거나 불가능할 정도로 큰 값을 지니는 반면, 디지털 필터의 경우 이와 같은 고차 필터를 쉽게 구현할 수 있습니다. 또한 아날로그 부품 값은 필터의 응답에 영향을 미치는 노화 또는 온도에 따라 변할 수 있습니다. 디지털 필터에는 이러한 문제가 없습니다. 디지털 필터의 또 다른 주요 장점은 계수를 변화시켜 다시 프로그래밍할 수 있는 기능입니다. 이는 적응형 필터의 구현을 현저히 단순화시켜 줍니다.

일반적으로 디지털 필터는 "유한 임펄스 응답" 인 FIR과 "무한 임펄스 응답"인 IIR로 분류됩니다. FIR 필터에는 제로(zeros)만 있고 전달 함수에 극(poles)이 없습니다. 따라서 항상 안정적이므로 발진하지 않습니다. 그러므로, FIR 필터의 임펄스 응답은 유한 길이를 갖습니다. 또한 FIR 필터는 선형 위상 응답을 정확하게 지정할 수 있습니다. IIR 필터는 전달 함수에 제로와 극을 모두 지니고 있으므로 불안정할 수 있습니다. 이론적으로 임펄스 응답은 무한대로 지속됩니다. 다시 말하면, 피드백 루프로 구현됨을 의미합니다. IIR 필터는 순수 선형 위상 응답을 얻을 수 없습니다. 그렇지만, 관심 영역에 걸쳐 선형 위상에 근접할 수는 있습니다. 이 자료에서는 FIR 유형의 필터에 대한 내용만을 다룹니다. 디지털 필터 이론에 대한 상세한 내용은 15페이지의 참고문헌 목록을 참조하십시오.



▶ 그림 1. 기본 필터 개념도.

## 2. FIR 필터 계수

FIR 필터는 데이터 샘플,  $h(m)$ 의 어레이로 구성되어 있습니다. 이는  $m$ 이 어레이에 대한 색인인 필터의 샘플링된 임펄스 응답을 나타냅니다. 그림 1을 참조하십시오. 임펄스는 임펄스의 시간 위치에서 제로 위상과 동일한 진폭의 모든 주파수 성분의 코사인 함수로 구성되어 있습니다. 다시 말하면, 다른 주파수의 각 코사인파는 임펄스의 위치에서 피크 값을 갖습니다. 이 위치를 제로 위상 기준점이라고 합니다. 따라서 임펄스가 필터에 공급된 경우, 임펄스 응답은 시간 영역에서 필터의 특성을 완전히 규정합니다. 필터 임펄스 응답의 FFT 계산은 주파수 영역에서 필터의 위상과 진폭 응답을 제공합니다.

### FIR 필터는 계수를 지정하여 얻습니다.

계수는 필터 임펄스 응답의 샘플입니다. 임펄스 응답을 얻을 수 있는 방법은 여러 가지가 있습니다. 일반적으로 필터 특성은 주파수 영역에서 지정되고 임펄스 응답은 IFFT 계산을 통해 산출됩니다. 이 때 임펄스 응답은 원하는 샘플 속도에서 필터 계수를 얻기 위해 샘플 처리됩니다.

**Remez Exchange 방법:** FIR 필터 설계 시 가장 잘 알려진 방법은 아마도 Remez exchange 알고리즘을 사용하는 방법일 것입니다. 이 알고리즘은 FORTRAN 프로그램 목록이 제시된 "디지털 신호 처리의 이론과 애플리케이션" 에서 설명합니다 (15페이지에 나온 참고문헌 목록 참조). 이 프로그램을 통해 사용자는 1) 다중대역, 2) 힐버트 변환, 3) 미분기로 분류되는 3가지 유형의 선형 위상 FIR 필터 중 한가지를 지정할 수 있습니다. Matlab™에는 최신 Windows™ 사용자 인터페이스를 제공하는 Remez 알고리즘을 사용한 필터 설계 패키지가 있습니다.

**아날로그 프로토타입:** 또한 이중선형 변환을 이용하여 알려진 아날로그 전달 함수를 디지털 필터 전달 함수로 변환하는 방법이 있습니다. 이는 아날로그 s-평면의 복소 jw축의 표시가 디지털 z-평면 영역의 단위 원에 맵핑되기 때문에 요구됩니다. 이중선형 변환은 등가의 디지털 필터 전달 함수를 얻기 위해 s-평면에서 z-평면으로 변환할 때 필터 전달 함수를 사전 와핑(pre-warp)하는데 사용됩니다.

**저자가 사용한 직접 주파수 샘플링 방법:** 위에 설명된 Remez 알고리즘 방법과 아날로그 프로토타입 방법은 원하는 필터의 위상 응답 및 진폭 응답을 모두 제어하는 것과 관련하여 상당한 제약을 받습니다. 이들 방법을 통해 원하는 응답을 얻는 것은 어려울 수 있습니다. "8. 임의 주파수 샘플링 필터 설계 방법" 에서, 설계자가 지정한 대로 임의 진폭과 위상 응답을 가진 필터를 구성하기 위한 절차가 제시됩니다.

### 3. 콘벌루션

일단 필터가 설계되고 필터 계수가 주어지면, 입력 데이터에 대한 필터의 애플리케이션은 콘벌루션의 프로세스에 의해 이루어집니다. 이는 Mathcad™또는 Matlab™에서 쉽게 구현되는 형태로 등식 (1), (2) 및 (3)에 설명되어 있습니다.

$$m = 0 : (M - 1) \tag{1}$$

$$n = \text{floor}(M/2) : (N - 1 - \text{floor}(M/2)) \tag{2}$$

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\text{floor}(M/2)} x(n - m) \cdot h(m) \tag{3}$$

$$p = 0 : \text{floor}(M/2) - 1 \tag{4}$$

$$z(p) = y(p) \tag{5}$$

$$z(N - p - 1) = x(N - p - 1) \tag{6}$$

여기에서 M은 필터 계수의 수이고 등식 (2)에 설명된 색인을 위해 홀수여야 합니다. 짝수 길이 필터도 구현할 수 있지만 색인 등식 (2)를 약간 수정해야 합니다. N의 값은 x로 지정된 입력 데이터 어레이의 길이입니다. 필터 어레이는 h입니다. 등식 (1), (2) 및 (3)에 나온 바와 같이, 콘벌루션의 프로세스는 필터, h, 임펄스 응답의 시간 순서를 반전시키고 색인 위치 M에서 시작하는 x의 해당 샘플과 함께 지점간의 곱셈 과정을 수반합니다. 각각의 곱셈의 결과 값은 함께 더해서 어레이, y에 1개의 여파된 출력 지점을 얻습니다. 이 때 n의 값은 1씩 증분되고 곱셈과 덧셈 절차는 y에서 여파된 다음 데이터 샘플을 얻기 위해 반복됩니다. 등식 (3)에 지정된 바와 같이 y(n) 어레이에서 첫 번째 플로어(M/2) 지점은 정의되지 않는다는 점에 주의하십시오. 또한 어레이의 끝 부분에서 마지막 플로어(M/2) 지점은 정의되지 않습니다. 그렇지만, 어레이의 나머지 지점은 여파됩니다. 이 설명대로, 필터는 완전히 충전되고 출력 데이터 어레이의 필터로부터 과도 시동 왜곡은 없습니다. 등식 (6)을 통해 설명된 마지막 어레이, y(n)의 모든 지점은 유효합니다. 오실로스코프 여파 수학 파형은 파형 레코드 전 또는 이후에 특별한 지점을 갖지 않습니다. 그러므로, 필터 시동 과도 왜곡을 방지하기 위해, 등식 (3)에서 확정되지 않은 지점은 "숫자가 아닌" ETnull로 대체됩니다. 이들은 화면 상에서 공백(blank)으로 표시됩니다. 출력된 ASCII 파일에서, 이들 지점은 공간(space)으로 나타냅니다.

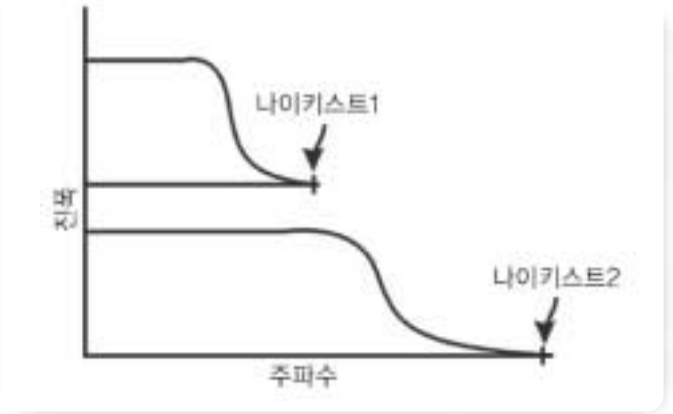
4. 샘플 속도와 관련한 필터 계수 및 주파수 응답

디지털 필터의 주파수 응답은 샘플 속도, fs와 관련하여 정규화됩니다.

필터는 0 ~ 0.5 fs의 주파수 범위 내에서 정의된 진폭과 위상 응답을 갖습니다. 여기에서 0.5 fs의 값을 나이퀴스트 지점이라고 부릅니다. 주요 필터 파라미터는 정규화 값을 이용하여 지정할 수 있습니다. 예를 들면, 저역 필터는 0.3의 정규화 대역폭을 갖는 것으로 지정할 수 있습니다. 이는 차단 주파수가 0.3 fs와 같다는 것을 의미합니다. 이 필터는 어떤 샘플 속도가 선택되더라도 이 차단 주파수 값을 갖습니다. 예를 들어, 0 ~ 0.25 fs의 통과대역폭을 지닌 저역 필터를 생각해 봅시다. 이 때 필터 계수가 결정되고 이들 계수가 일부 지정된 샘플 속도를 지닌 데이터에 적용되는 것으로 가정합니다. 데이터의 샘플 속도와 관계 없이, 필터는 0 ~ 나이퀴스트의 범위 내에 일정하게 정해진 동일한 진폭과 위상 특성을 나타냅니다. 그러므로 이 필터가 1 Hz의 샘플 속도로 적용된 경우, 대역폭은 0.25 Hz가 됩니다. 동일한 필터 계수가 1 GHz의 샘플 속도를 지닌 데이터에 적용된 경우, 필터는 250 MHz의 대역폭을 갖습니다. 이 영향에 대한 그래픽 표시는 그림 2에 나와 있습니다.

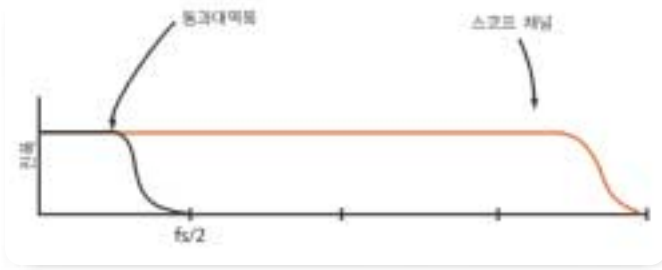
일반적인 용도로 정규화 필터 세트를 갖는 것이 중요합니다. 예를 들면, 새로운 텍트로닉스 오실로스코프에는 디스크 파일에 저장된 이와 같은 필터의 라이브러리가 있습니다. 고역, 저역, 대역통과, 대역소거 및 다른 유형의 필터가 있습니다. "10. Math 임의 필터 라이브러리"를 참조하십시오.

고정 세트의 필터 계수를 가지면 다른 샘플 속도와 더불어 변하는 임펄스 응답의 지속 시간을 초래합니다. 따라서 대역폭과 같은 주파수 영역 특성은 적절하게 변합니다. 필터 계수의 수는 이 경우 일정하게 유지됩니다.

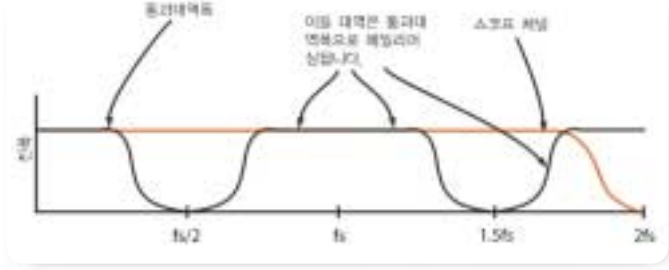


▶ 그림 2. 필터 계수는 동일하지만 다른 샘플 속도를 지닌 정규화 주파수 응답 스케일링의 예.

사용자가 샘플 속도와 관계 없이 필터로부터 고정된 주파수 응답을 필요로 한 경우, 각각의 샘플 속도에 대해 다른 세트의 필터 계수가 요구됩니다. 이는 임펄스 응답을 통해 적용되는 시간 간격이 일정하다는 것을 의미합니다. 이에 따라 보다 낮은 샘플 속도에서 필터 계수가 낮아지고 보다 높은 샘플 속도의 경우 계수는 더 높아집니다. 그러므로 필터 계수의 수는 이 경우 샘플 속도에 따라 변합니다. 분명히 샘플 속도는 원하는 주파수 응답이 나이퀴스트의 범위 내에 맞도록 충분히 높게 유지되어야 합니다. 이 경우, 사용자는 최대 계수를 필요로 하므로 최고 샘플 속도에 맞게 필터를 설계해야 합니다.



▶ 그림 3. 기본 샘플 속도로 동작하는 오실로스코프의 대역 제한 필터로부터 원하는 응답의 예. 필터 응답은 검정색으로 표시되고 스코프 채널 응답은 적색으로 표시되어 있습니다. 에일리어싱은 이 예에서 발생하지 않습니다.



▶ 그림 4. 대역폭 제한 필터 샘플 속도가 너무 낮은 경우 에일리어싱된 필터 응답의 예. 검정색은 디지털 필터 응답이고 적색은 아날로그 오실로스코프 채널 응답입니다. 결과적인 필터는 원하는 대역폭 제한 기능을 제공하지 않습니다.

보간법과 데시메이션 기법을 이용하여 필터가 동작될 각각의 샘플 속도에 맞게 필터 계수를 다시 샘플링합니다. 이 때 다양한 세트의 계수를 "11. FIR 필터 파일 형식"에 설명된 바와 같이 단일 디스크 파일에 통합시킬 수 있습니다. 오실로스코프에서 다른 샘플 속도로 동작할 때, 신호와 잡음 에일리어싱의 가능성을 고려해야 합니다. 또한, 필터는 필터 계수가 ArbFilt( ) 수학 함수에 맞게 정의되지 않은 스코프에 샘플 속도가 설정된 경우 꺼집니다. "11. FIR 필터 파일 형식"에 설명된 대로 정규화 필터 파일의 경우, 필터는 선택된 샘플 속도와 관계 없이 항상 ON 상태로 유지됩니다.

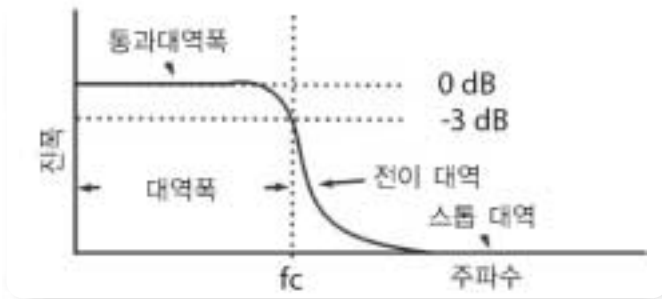
### 5. 에일리어싱 및 필터 응답

에일리어싱의 문제는 일반적으로 FIR 필터를 사용할 때 고려해야 합니다. 이는 특히 오실로스코프의 Math 패키지 내에서 적용됩니다. 오실로스코프의 아날로그 대역폭 내에 속한 나이키스트보다 높은 주파수를 지닌 신호는 통과대역폭 내에서 에일리어싱되고 실제 주파수보다 낮은 주파수를 지닌 것으로 나타납니다.

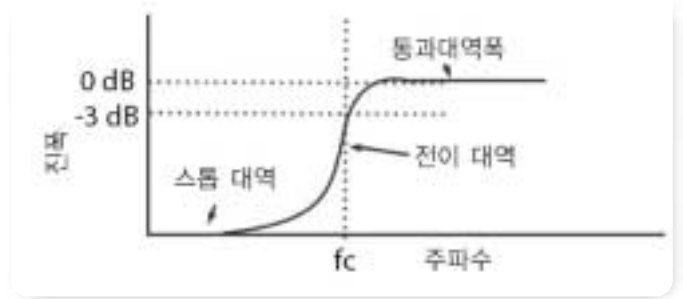
오실로스코프에서 에일리어싱을 방지하는 최상의 방법은 아날로그 대역폭이 나이키스트보다 낮은 기본 샘플 속도에서 동작하도록 하는 것입니다.

이 경우 오실로스코프의 아날로그 채널은 안티 에일리어스 필터로 동작합니다. 예를 들면, DPO7254는 2 GHz의 채널 대역폭과 10 GS/s의 샘플 속도를 지니고 있으므로 5GHz의 나이키스트보다 낮습니다. 이는 필터가 매우 높게 오버 샘플링되는 스코프 대역폭에 비해 필터 대역폭이 너무 작지 않은 한 제대로 동작합니다. 필터는 고정 지점 필터의 경우보다 오버 샘플링에 대해 보다 많은 내성을 갖도록 하기 위해 부동 소수점 계수로 계산됩니다. 이 조건의 경우, 계수의 수는 보다 커지고, 필터 콘벌루션에 대한 계산 시간 또한 커집니다.

그림 3의 그래프는 오실로스코프의 기본 샘플 속도에서 동작하는 저역 필터의 예를 보여줍니다. 에일리어싱은 이 예에서 발생하지 않습니다. 그림 4는 한 가지 예를 보여주고 있습니다. 여기에서 샘플 속도, fs는 오실로스코프의 기본 속도보다 낮고 필터 응답은 에일리어싱됩니다. 디지털 필터의 에일리어싱은 샘플 속도의 정수 배수로 여러 번 반복되는 이미지를 만들어 낸다는 점을 참고하십시오. 이 경우 사용자는 대역외 잡음을 제거하기 위해 저역 필터를 구성하려고 하지만 실제로 얻는 것은 통과대역폭에 에일리어싱된 고주파수 잡음 및 신호의 다중 대역을 지닌 저역 필터입니다.



▶ 그림 5. 저역 필터 파라미터.



▶ 그림 6. 고역 필터 파라미터.

## 6. 선형 위상

주파수의 함수로서 선형 위상을 지닌 시스템은 동일한 시간 지연으로 모든 주파수를 통과시킵니다. 비선형 위상 시스템은 서로 다른 주파수의 위상을 변경하여 파형 왜곡을 일으킵니다. 그러므로, 종종 선형 위상 특성을 지닌 필터를 설계하는 것이 바람직합니다. 그렇지만, 때때로 필터는 여과된 결과가 선형 위상 응답을 갖도록 하기 위해 시스템에서 위상 오차를 교정하는 것이 필요합니다. 이 유형의 필터는 교정될 시스템 위상 응답에 보완적인 비선형 위상 특성을 갖습니다. 이에 대한 예는 TDS6154C 오실로스코프에 사용된 대역폭 개선 필터입니다. 이들 필터는 제조하는 동안 교정되고 훨씬 더 평탄한 응답 특성과 선형 위상 특성을 지닌 스킵 채널 응답을 제공합니다.

## 7. 필터 파라미터

다음은 필터의 특성을 설명하거나 기술하는데 일반적으로 사용되는 파라미터와 용어입니다.

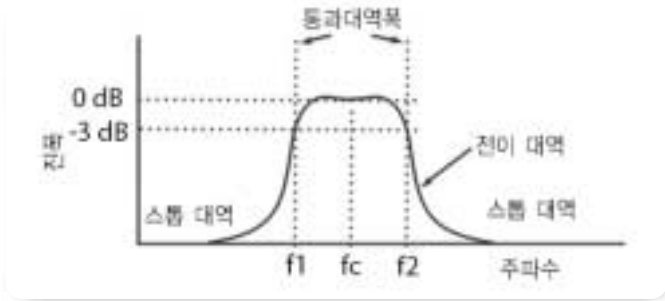
▶ **필터 전달 함수 명:** 사용자 정의 FIR, Bessel Thompson, Butterworth, Chebychev, Gaussian, 기타. 참고: Bessel Thompson 등급의 필터는 흔히 오실로스코프 채널에서 아날로그 대역폭 제한 필터로

사용됩니다. 또한 광학 기준 수신기 마스크 시험 애플리케이션의 필터 응답 유형으로 사용됩니다. 많이 사용되는 이유는 물리적으로 구현할 수 없는 이상적인 가우스 필터 응답을 가장 가깝게 구현할 수 있다는 점 때문입니다. 이 필터 유형은 극(poles) 및 제로(zeros)로 구성된 전달 함수를 이용하여 통과대역폭에서 선형 위상에 근접한 상당히 우수한 기능을 수행합니다. 참고: 여기에 나열된 다양한 필터 유형은 극과 제로를 통합한 아날로그 필터 설계로 고안되었습니다. 그러므로 이를 FIR 필터로 구현하려면 사전 왜핑(pre-warping) 및 이중선형 변환 기법을 사용해야 할 수 있습니다.

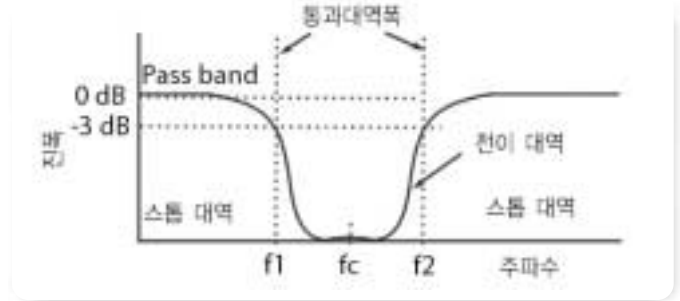
▶ **필터 유형:** 저역, 고역, 대역통과, 대역소거, 힐버트 변환, 미분기, 다중 대역, 기타.

▶ **차단 주파수:** 고역, 저역, 대역통과 및 대역 소거 필터의 대역폭을 지정하는데 이용됩니다. 차단 주파수는 진폭이 -3dB로 롤오프되는 지점입니다. 그림 5, 6, 7 및 8을 참조하십시오.

▶ **대역폭:** 필터의 통과대역폭에서 주파수 범위를 말합니다. 대역 에지를 정의하는 차단 주파수는 진폭 응답 곡선에서 -3 dB 아래 지점입니다.



▶ 그림 7. 대역통과 필터 파라미터



▶ 그림 8. 대역소거 필터 파라미터

▶ **중심 주파수:** 대역통과 또는 대역 소거 필터의 중심 주파수를 지정하는데 사용됩니다. 그림 7과 8을 참조하십시오.

▶ **Q:** Q 파라미터는 등식 (8)에 나온 바와 같이 대역폭에 대한 필터 중심 주파수의 비율입니다.

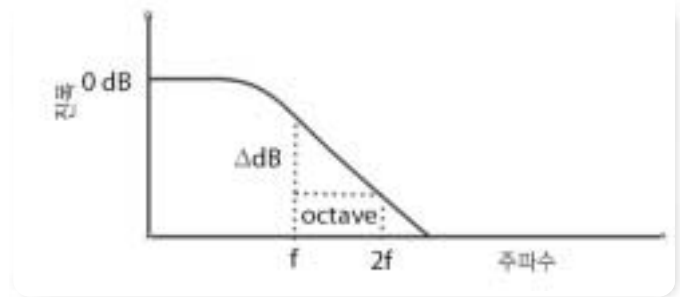
▶ **롤오프 속도:** 전이 대역의 기울기는 롤오프 속도입니다. 흔히 dB/octave 또는 dB/decade로 지정됩니다.

그림 5와 6은 다양한 필터 파라미터와 용어를 도해한 것입니다. 필터 차단 주파수는 그림 5와 6에서  $f_c$ 로 표시되어 있습니다.

그림 7에 나온 대역통과 필터의 경우  $f_c$ 는 통과대역폭의 중심 주파수입니다. 또한,  $f_1$ 은 하부 차단 주파수이고  $f_2$ 는 상부 차단 주파수이며  $bw$ 는 등식 (7)에 정의된 대로 대역폭입니다. 필터의 Q는 등식 (8)에 의해 정의됩니다.

$$bw = \frac{f_2 - f_1}{f_c} \quad (7)$$

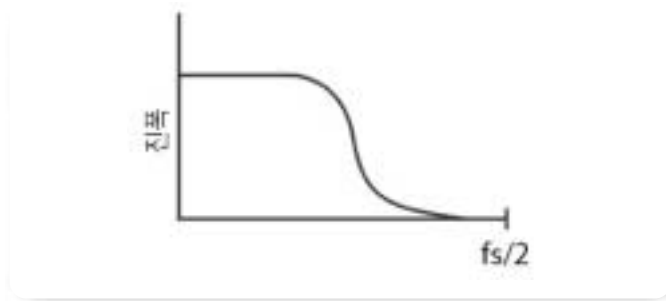
$$Q = \frac{f_c}{bw} \quad (8)$$



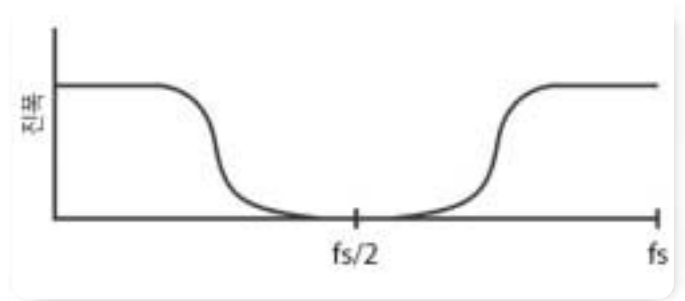
▶ 그림 9. 필터 롤오프 속도(dB / octave).

### 필터 롤오프 속도

필터 전이 대역의 기울기는 롤오프 속도라고 부릅니다. 이는 흔히 dB/octave 또는 dB/decade로 지정됩니다. 옥타브(octave)는 주파수가 배가되는 간격입니다. 디케이드(decade)는 주파수를 10으로 곱한 간격입니다. 필터의 순서는 흔히 필터의 롤오프 속도와 관련되어 있습니다. 예를 들면, 1차 필터는 6 dB/octave에서 롤오프됩니다. 2차 필터는 12 dB/octave에서 롤오프됩니다. 롤오프 속도(dB/octave)는 필터 차수에 6을 곱한 값과 같습니다. 이는 전달 함수의 극 및 제로가 전형적인 모노토닉 기울기를 제공하기 위해 위치되는 전형적인 필터 설계에 적용됩니다. 이 규칙이 적용되지 않는 전달 함수도 지정할 수 있습니다.



▶ 그림 10. 주파수 영역 진폭 응답 정의.



▶ 그림 11. 단계 1에서 구한 데이터의 복소 공액의 진폭 부분 생성

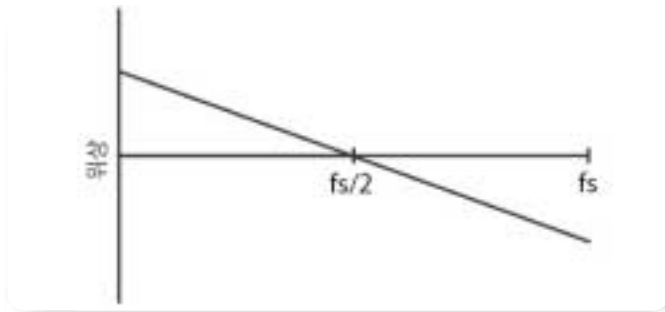
### 8. 임의 주파수 샘플링 필터 설계 방법

이 단원에서는 주파수 영역에서 FIR 필터에 대한 위상 및 진폭 응답을 임의로 지정한 후 시간 영역 응답을 계산하는 설계 방법을 설명합니다. Mathcad™ 또는 Matlab™ 과 같은 설계 툴은 이들 절차를 구현하기 위한 이상적인 환경입니다. 주파수 샘플링 필터 설계 방법에 대한 설명은 15페이지에 나온 참고문헌 목록의 "디지털 신호 처리"를 참조하십시오. 일반적인 단계는 다음과 같습니다.

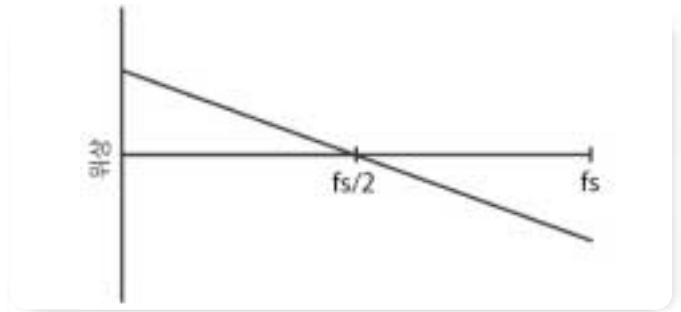
1. **진폭 응답을 정의합니다.** 0 Hz ~ 나이퀴스트 지점의 범위에서 필터의 진폭 응답을 지정하기 위한 함수 또는 기타 수단을 도출하고 어레이, X에 저장합니다 (그림 10 참조).
2. 어레이, X의 끝부분에 가된 역순으로 이 진폭 데이터, X를 복제합니

다. 그림 11을 참조하십시오. 이들 샘플의 위치와 복제된 데이터의 시작과 끝에 대해 시작될 색인에 각별한 주의를 기울여야 합니다. X에서 총 지점의 수는 IFFT의 길이가 됩니다. IFFT가 짝수 지점을 가진 경우, 나이퀴스트 지점은 스펙트럼에서 샘플 중 하나에 위치합니다. IFFT가 홀수 지점을 가진 경우, 나이퀴스트는 한 샘플에서 발생하기보다는 2개의 샘플 사이에서 발생합니다. 이 사항을 고려하지 않으면 제로와 동등하지 않은 IFFT의 복합 부분과 더불어 최종 필터 결과에 오차를 초래합니다. 참고: X의 IFFT는 X가 그림 11에 나온 대로 나이퀴스트에 대해 대칭인 진폭 응답과 그림 12에 나온 대로 나이퀴스트에 대해 비대칭인 위상 응답을 지닌 경우 제로가 됩니다. 이는 나이퀴스트 오른쪽의 데이터가 +jb의 공액이 -jb와 같은 나이퀴스트 왼쪽 데이터의 역순으로 복소 공액이라는 것을 의미합니다.





▶ 그림 12. X의 데이터에 선형 위상 함수를 지정합니다. 수직 축은 X(f)의 위상입니다. 여기에서 f는 주파수입니다.



▶ 그림 13. IFFT를 이용하여 필터 임펄스 응답을 구합니다.

### 3. 선형 위상을 할당합니다.

좌표 등식 (9)의 회전을 이용하여 X에서 모든 데이터 지점을 회전시킵니다. 이는 X를 형식  $a + jb$ 의 복소수의 어레이로 변환시킵니다. 여기에서 a는 실수 부분이고 b는 허수 부분이며 j는 -1의 제곱근입니다. 등식은 다음과 같습니다.

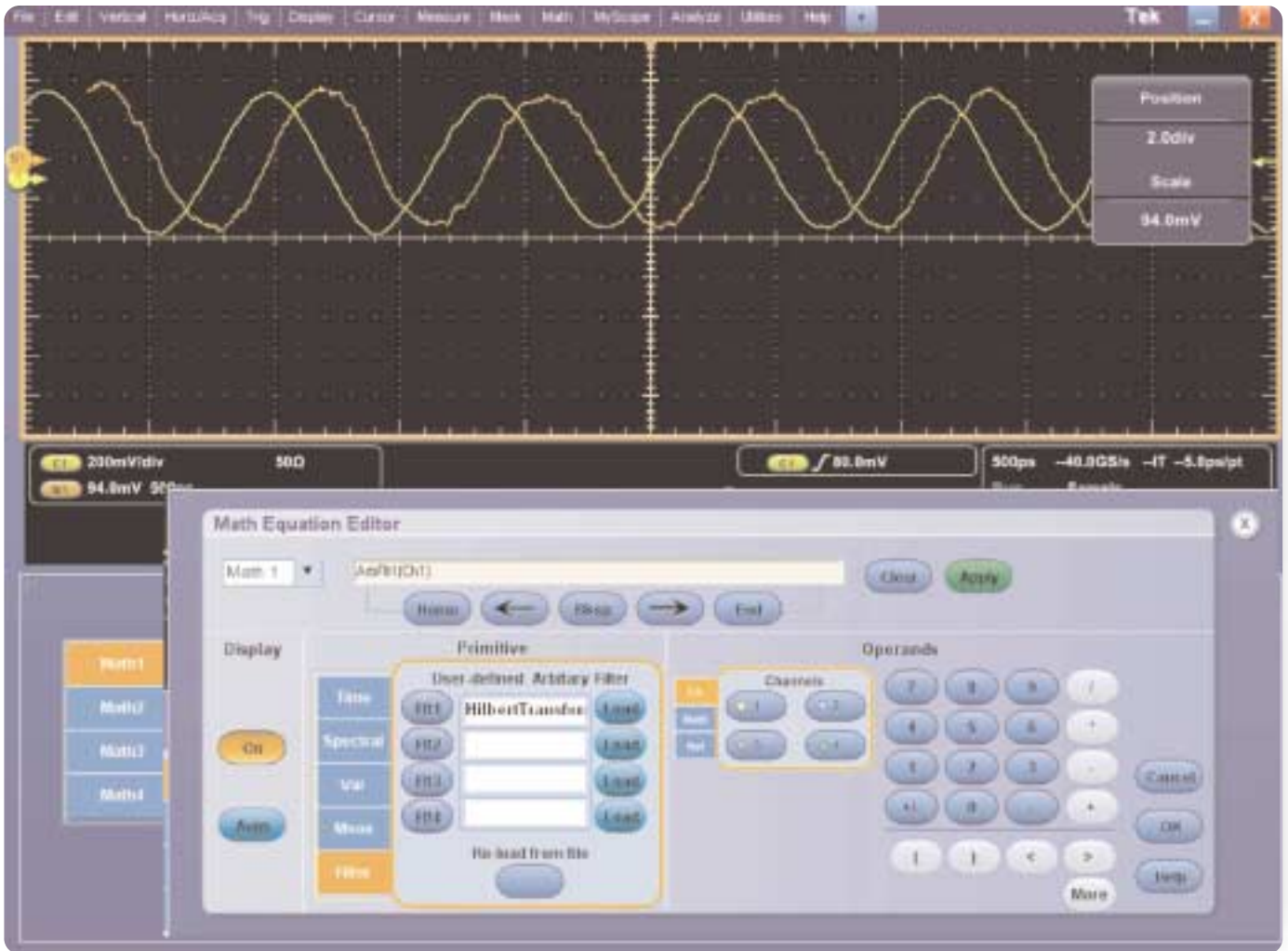
$$\begin{aligned}
 n &= 0 \dots N-1 \\
 K &= \frac{2 \cdot \pi}{N} \\
 X_n &= X_n \cos(K \cdot n) - j \cdot X_n \sin(K \cdot n)
 \end{aligned} \tag{9}$$

여기에서 N은 X 어레이의 길이이고 n은 어레이의 범위에 걸친 색인 변수(index variable)입니다. 결과적인 선형 위상 그래프는 그림 12와 비슷하게 나타납니다. 그룹 지연은 위상 응답의 음의 기울기와 같습니다. 선형 위상 응답의 기울기가 가파를수록 필터를 통한 지연은 더 많아집니다. 필터에 대한 지연 없이 할당할 수 있고 모든 주파수 값에 대해 위상 응답을 제로로 남겨 놓을 수 있습니다. 이 경우 등식 (9)는 사용하지 않습니다.



▶ 그림 14. 최종 필터 계수를 구합니다.

4. 필터의 시간 영역 임펄스 응답을 구합니다. 그림 13에 나온 바와 같이 X의 IFFT를 계산합니다. 데이터 색인이 위의 단계에서 모두 정확하여 주파수 영역 응답과 복소 공역을 생성한 경우, 허수 부분 x는 제로로 되고 실수 부분은 필터의 원하는 임펄스 응답이 됩니다.
5. 임펄스 응답을 샘플링하여 FIR 필터 계수를 구합니다.



▶ 그림 15. 필터에 대한 파일명을 지정하기 위해 ArbFill( ) 기능과 메뉴를 보여주는 화면.

## 9. DPO 필터 메뉴

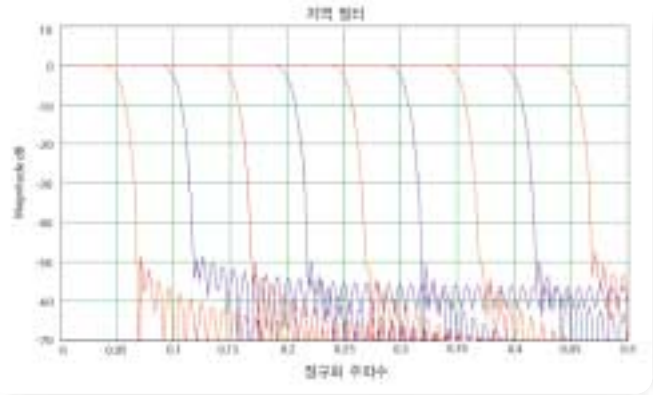
그림 15는 ArbFill( ) Math 함수를 구성하는데 사용된 메뉴의 화면입니다. 이 그림은 필터 함수를 어떻게 math1로 정의된 수학 계산식에 사용할 수 있는지를 도해한 것입니다.

### 10. 수학 임의 필터 라이브러리

이 단원에서는 텍트로닉스 오실로스코프 파형 Math 기능의 arbFilt(x) (source waveform) 함수 아래에서 사용할 수 있는 FIR 필터의 라이브러리를 설명합니다. 사용자는 다음 경로에서 이를 확인할 수 있습니다. c:\TekScope\Math Arbitrary Filters\

#### 저역 필터:

그림 16과 17에서는 가용한 저역 필터 세트를 보여줍니다. 이들 정규화 주파수 응답은 0에서 1/2까지 샘플 속도를 보여줍니다. 이들 필터는 그림 16에 나온 대로 일정하게 정해진 차단 주파수와 더불어 어떤 샘플 속도에서 동작합니다. 필터는 0.05, 0.1, 0.15, 0.20, 0.25, 0.3, 0.35, 0.40 및 0.45의 정규화 차단 주파수를 지니고 있습니다. 스톱 대역 소거는 일반적으로 -50 ~ -60 dB입니다.



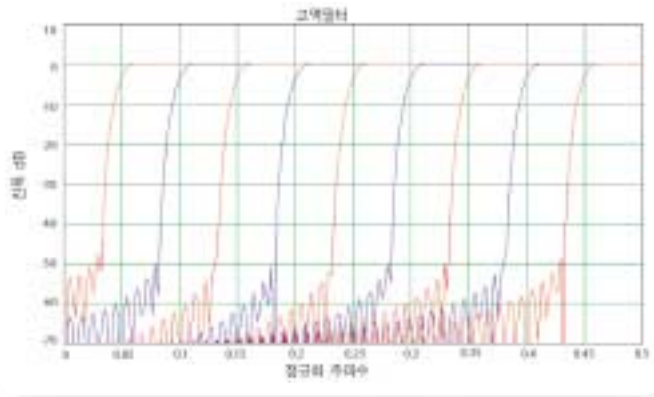
▶ 그림 16. 가용한 저역 필터의 주파수 응답.

파일명	정규화 차단 주파수
lowpass_0.05bw.flt	0.05
lowpass_0.10bw.flt	0.10
lowpass_0.15bw.flt	0.15
lowpass_0.20bw.flt	0.20
lowpass_0.25bw.flt	0.25
lowpass_0.30bw.flt	0.30
lowpass_0.35bw.flt	0.35
lowpass_0.40bw.flt	0.40
lowpass_0.45bw.flt	0.45

▶ 그림 17. 라이브러리에서 사용할 수 있는 저역 필터 목록.

# 임의 FIR 필터 이론, 설계 및 애플리케이션

## ▶ 응용 자료



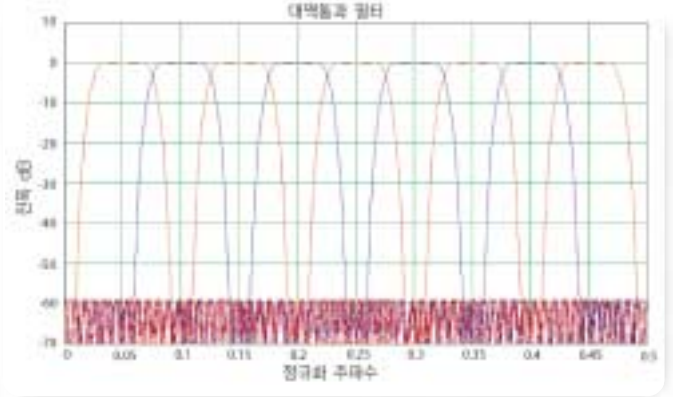
▶ 그림 18. 가용한 고역 필터의 주파수 응답

파일명	정규화 차단 주파수
highpass_0.05bw.flt	0.05
highpass_0.10bw.flt	0.10
highpass_0.15bw.flt	0.15
highpass_0.20bw.flt	0.20
highpass_0.25bw.flt	0.25
highpass_0.30bw.flt	0.30
highpass_0.35bw.flt	0.35
highpass_0.40bw.flt	0.40
highpass_0.45bw.flt	0.45

▶ 그림 19. 라이브러리 사용할 수 있는 고역 필터 목록.

### 고역 필터:

그림 18과 19에서는 가용한 고역 필터 세트를 보여줍니다. 이들 정규화 주파수 응답은 0부터 1/2까지 샘플 속도를 보여줍니다. 이들 필터는 그래프에서 아래에 나온 대로 일정하게 정해진 차단 주파수와 더불어 모든 샘플 속도에서 동작합니다. 필터는 0.05, 0.1, 0.15, 0.20, 0.25, 0.3, 0.35, 0.40 및 0.45의 정규화 차단 주파수를 지니고 있습니다. 스톱 대역 소거는 일반적으로 -50 ~ -60 dB입니다.



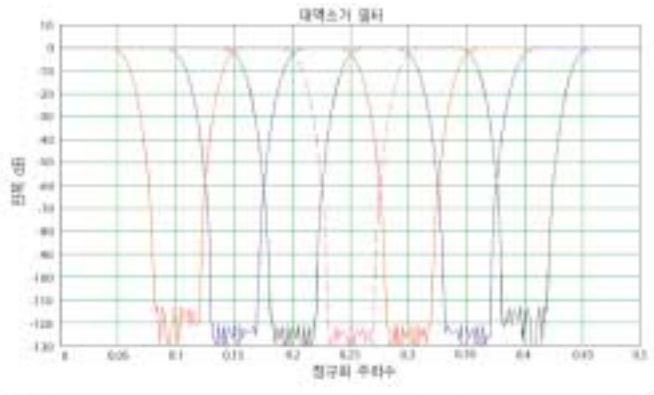
▶ 그림 20. 가용한 대역통과 필터의 주파수 응답.

파일명	정규화 대역폭	정규화 중심 주파수
bandpass_0.05bw_0.05center.flt	0.05	0.05
bandpass_0.05bw_0.10center.flt	0.05	0.10
bandpass_0.05bw_0.15center.flt	0.05	0.15
bandpass_0.05bw_0.20center.flt	0.05	0.20
bandpass_0.05bw_0.25center.flt	0.05	0.25
bandpass_0.05bw_0.30center.flt	0.05	0.30
bandpass_0.05bw_0.35center.flt	0.05	0.35
bandpass_0.05bw_0.40center.flt	0.05	0.40
bandpass_0.05bw_0.45center.flt	0.05	0.45

▶ 그림 21. 가용한 정규화 대역통과 필터의 표.

### 대역통과 필터:

각각의 필터는 샘플 속도의 0.05 배 대역폭을 지니고 있습니다. 이들 필터는 모든 샘플 속도에서 동작합니다. 가용한 중심 주파수는 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45입니다. 스톱 대역 감쇠는 약 -60 dB이고 통과대역폭 리플은 약 1 dB입니다. 그림 20과 21을 참조하십시오.



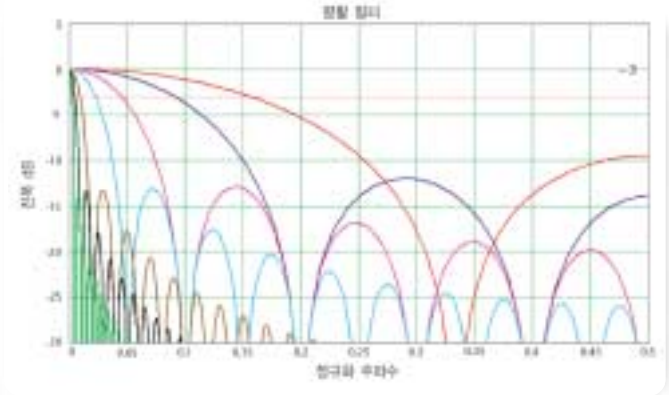
▶ 그림 22. 가용한 대역소거 필터의 주파수 응답

파일명	정규화 대역폭	정규화 중심 주파수
bandstop_0.1bw_0.10center.flt	0.1	0.10
bandstop_0.1bw_0.15center.flt	0.1	0.15
bandstop_0.1bw_0.20center.flt	0.1	0.20
bandstop_0.1bw_0.25center.flt	0.1	0.25
bandstop_0.1bw_0.30center.flt	0.1	0.30
bandstop_0.1bw_0.35center.flt	0.1	0.35
bandstop_0.1bw_0.40center.flt	0.1	0.40

▶ 그림 23. 가용한 정규화 대역소거 필터의 표.

**대역소거 필터:**

각각의 필터는 샘플 속도의 0.1 배 대역폭을 지니고 있습니다. 이들 필터는 모든 샘플 속도에서 동작합니다. 가용한 중심 주파수는 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35 및 0.40입니다. 스톱 대역 감쇠는 약 -110 dB입니다. 그렇지만, 오실로스코프의 잡음 플로어는 그러한 감쇠비를 허용하지 않습니



▶ 그림 24. 가용한 평활 필터의 주파수 응답

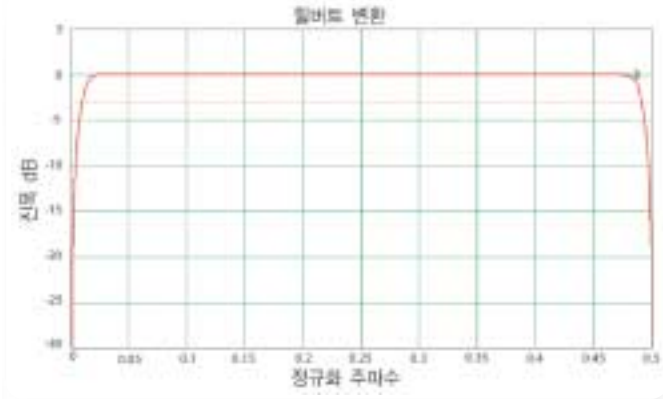
파일명	길이	정규화 대역폭	정규화 중심 주파수
smooth3.flt	3	0.1558	-9.4
smooth5.flt	5	0.0903	-12
smooth10.flt	10	0.0446	-12.9
smooth20.flt	20	0.0224	-13.2
smooth50.flt	50	0.00887	-13.2
smooth100.flt	100	0.0045	-13.2
smooth200.flt	200	0.0022	-13.2

▶ 그림 25. 가용한 평활 필터의 주파수 응답.

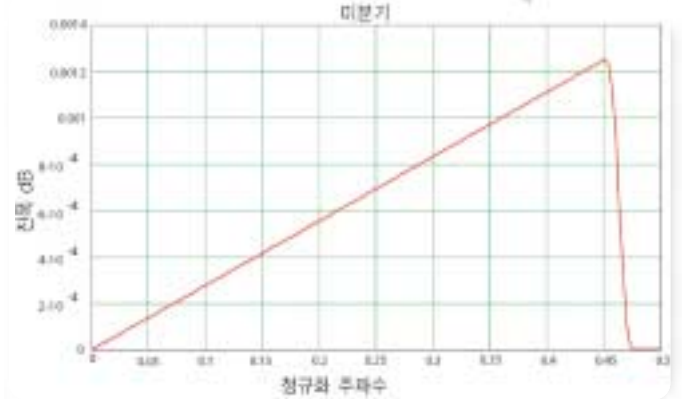
다. FFT와 긴레코드 길이 및 평균화 기능이 동작한 경우, 8비트 스코프에서 -100 dBm 범위로 잡음 플로어를 줄일 수 있습니다. 그렇지만, 스코프는 해당 플로어보다 높은 일부 스퓨리어스 신호를 지니고 있습니다. 이것은 FFT가 내부적으로 평균 계산이고 평균화 함수가 수직 해상도 비트를 증가시키기 때문에 가능합니다. 그림 22와 23을 참조하십시오.

## 임의 FIR 필터 이론, 설계 및 애플리케이션

### ▶ 응용 자료



▶ 그림 26. 힐버트 변환 필터의 주파수 응답.



▶ 그림 27. 미분기 필터의 주파수 응답.

### 평활 필터:

이들 필터는 때때로 박스 카 필터(box car filter)라고 부르기도 합니다. 이들 필터는 단순히 시간 레코드를 따라 인접한 샘플을 함께 평균화시킵니다. 이들 필터의 필터 계수는 모두  $1/M$ 과 동등합니다. 여기에서  $M$ 은 필터의 길이입니다. 필터 파일의 이름은 평활 필터의 길이를 나타냅니다. 이들 주파수 응답은 그림 24에 나와 있습니다. 평활 필터는 최적의 스톱 대역 특성보다 다소 낮은 상태의 저역 필터입니다. 그렇지만, 이들 필터는 표시된 트레이스로부터 높은 주파수 잡음을 제거하는데 흔히 사용됩니다. 여파하는 신호의 통과대역폭이 선택한 필터의 통과대역폭 내에 잘 유지되는지 확인하는데 사용시 주의를 기울여야 합니다. 이는 단지 잡음이 제거되는 것을 보장합니다. 3, 5, 10, 20, 50, 100 및 200의 길이는 라이브러리에서 제공됩니다. 그림 25를 참조하십시오. 그림 24를 참조하십시오. 적색 트레이스는 필터 길이 3에 대한 것이고, 청색 트레이스는 5, 자홍색 트레이스는 10에 대한 것입니다.

### 힐버트 변환 필터:

이상적인 힐버트 변환 필터는 모든 주파수에서 1의 이득을 가지고 모든 주파수의 위상을  $90^\circ$ 로 편이시킵니다. 이 유형의 필터는 15페이지에 나온 "디지털신호 처리의 이론 및 애플리케이션"에 설명된 Remez Exchange 알고리즘에서 지정할 수 있는 유형 중 한 가지입니다. 이 필터는 샘플 속도의  $0 \sim 0.025$ 배 주파수 범위와 샘플 속도의 약  $0.475 \sim 0.5$ 배 범위

에서 원하는 동작으로부터 벗어난다는 점을 참고하십시오. 이 유형의 필터는 폭넓은 주파수 범위에 걸쳐 쿼드러처 신호를 생성하는데 사용될 수 있습니다. 이 필터의 파일명은 HilbertTransform90PhaseShift.fit입니다. 그림 26을 참조하십시오.

### 미분기 필터:

이상적인 미분기는 위상을  $90^\circ$ 로 편이시키는 고역 필터입니다. 주파수 응답은 DC부터 0.5까지 완전히 선형으로 유지됩니다. 그렇지만, 이러한 특성은 쉽게 구현할 수 없으며 라이브러리에서 제공된 필터의 응답 특성은 DC에서 0.45까지 우수한 미분기 특성을 제공합니다. 그림 27을 참조하십시오.

## 11. FIR 필터 파일 형식

이 단원에서는 텍트로닉스 오실로스코프 파형 Math 기능의 용도로 필터를 저장하기 위한 ASCII 파일 형식을 설명합니다. 필터 메뉴 기능을 통해 사용자는 필터의 파일명을 지정할 수 있습니다. 단일 파일 형식은 사용자가 필터의 동작이 허용된 각 샘플 속도에 맞게 다른 세트의 계수를 지정할 수 있게 해줍니다. 샘플 속도가 파일 목록에 없는 경우, 필터는 데이터에 적용되지 않습니다. 파일 형식은 또한 사용자가 필터 계수의 세트가 정규화되도록 지정할 수 있게 해줍니다. 이에 따라 동일한 세트의 필터 계수가 모든 샘플 속도에서 동작할 수 있습니다.

ASCII 파일 형식은 다음과 같이 지정됩니다.

```
# Comments preceded by # symbol
< sampleRate > coef1, coef2,  coefN
< sampleRate > coef1, coef2,  coefN
      |           |
      |           |
< sampleRate > coef1, coef2,  coefN
```

파일에서 각 세트의 필터 계수는 해당 세트가 동작하는 샘플 속도 값 이후에 앞서 한 열에 지정됩니다. 사용자가 샘플 속도에 대해 @ symbol을 지정한 경우, 필터는 모든 샘플 속도에서 동작합니다. @ symbol이 지정된 경우, 파일에 오직 한 세트의 필터 계수만 존재해야 합니다. 그렇지만, 사용자는 샘플 속도가 지정된 다른 열을 가질 수 있고 이들 열은 무시됩니다. 필터가 동작되는 각각의 샘플 속도에 대한 개별적인 열이 있습니다. 각각의 열은 최대 1000 개의 필터 계수를 가질 수 있습니다. 파일은 최대 20열을 포함할 수 있습니다.

정규화 필터에 대한 파일 내용의 예는 다음과 같이 표시됩니다. 이 예는 smooth5.flt 파일의 내용입니다.

```
@0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2
```

특정한 샘플 속도에서 동작하도록 구성된 필터의 예는 다음과 같이 제시됩니다. 이는 오실로스코프의 라이브러리 디렉터리에 포함되어 있는 200 MHz\_mult\_sample\_rates.flt로 표시된 파일의 내용입니다.

```
#This is a 4th order Bessel Thompsen low pass filter.
#200MHz bandwidth, will operate at any of the following sample rates:
# 40 GS/s, 20 GS/s, 10 GS/s, 5 GS/s, 2.5 GS/s, 1 GS/s, 500 MS/s
5e8; 1.968e-007,1.008,-0.00978,0.002267,-0.0002208,1.643e-005,-1.397e-006,1.434e-007
1e9; 9.524e-008,0.3899,0.4877,0.1304,-0.004733,-0.004566,.....
2.5e9; 3.868e-008,0.01885,0.1081,0.1982,0.2284,0.1981,.....
5e9; 1.935e008,0.0007332, 0.009428, 0.02874, 0.05408, 0.07921, .....
1e10; 9.673e-009,3.445e-006,0.0003666,0.001831,0.004714,0.008978,0.01437,0.....
2e10; 4.837e-009, 1.657e-008, 1.723e-006, 4.274e-005, 0.00018334-009, .....
4e10;2.418e-009, -3.524e-009, 8.284e-009, -1.795e-008,8.613e-007, .....
```

## 결론

이 문서에서는 텍트로닉스 오실로스코프 파형 Math 기능에서 사용하는 FIR 디지털 필터의 설계 정보 및 사용법을 제시하고 있습니다. 주파수 샘플링 필터 설계 방법은 오실로스코프 사용자가 주문형 필터를 구성할 수 있도록 설명되었습니다. 또한 오실로스코프 내에 제공된 FIR 필터의 라이브러리가 정의되었습니다. 이 라이브러리는 일반적인 용도로 사용하기 위한 폭넓은 정규화 FIR 필터를 제공합니다. 이 문서에서는 스코프 사용자가 DPO 오실로스코프 플랫폼 Math 패키지에서 임의 FIR 필터 함수를 효과적으로 사용하는데 필요한 필수 정보를 제공합니다.

## 용어

콘벌루션 - 필터의 작동을 실행하기 위해 곱셈과 덧셈을 사용하는 프로세스.

DSP - 디지털 신호 처리(Digital Signal Processing)

DUT - 시험 대상 장치(Device Under Test)

FIR - 유한 임펄스 응답(Finite Impulse Response)

FFT - 고속 푸리에 변환(Fast Fourier Transform)

IFFT - 고속 푸리에 역변환(Inverse Fast Fourier Transform)

IIR - 무한 임펄스 응답(Infinite Impulse Response)

**진폭 응답(Magnitude Response)** - 주파수의 함수와 같이 일정한 진폭 입력의 함수로 DUT의 출력 측에서 주파수의 함수로서 진폭을 말합니다.

**위상 응답(Phase Response)** - 제로 위상을 가진 주파수의 함수와 같이 코사인 입력 신호가 주어진 DUT의 출력 측에서 주파수의 함수로서 위상을 말합니다.

## 참고 문헌

1. Alan V. Oppenheim/Rona. W. Schafer, Digital Signal Processing, Prentice-Hall Inc., Copyright 1975, page 155, ISBN 0-13-214635-5
2. Lawrence R. Rabiner-Bernard Gold, Theory and application of Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., Copyright 1975 page 75-183
3. Lawrence R. Rabiner-Bernard Gold, Theory and application of Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Inc., Copyright 1975 page 187-204

저자: John J Pickerd

## 텍트로닉스 연락처:

동남아시아/대양주 (65) 6356 3900  
오스트리아 +41 52 675 3777  
발칸, 이스라엘, 남아프리카 및 다른 ISE 국가들 +41 52 675 3777  
벨기에 07 81 60166  
브라질 및 남미 55 (11) 3741-8360  
캐나다 1 (800) 661-5625  
중앙동유럽, 우크라이나 및 발트국 +41 52 675 3777  
중앙 유럽 및 그리스 +41 52 675 3777  
덴마크 +45 80 88 1401  
핀란드 +41 52 675 3777  
프랑스 및 북아프리카 +33 (0) 1 69 86 81 81  
독일 +49 (221) 94 77 400  
홍 (852) 2585-6688  
인도 (91) 80-22275577  
이태리 +39 (02) 25086 1  
일본 81 (3) 6714-3010  
룩셈부르크 +44(0) 1344 392400  
시코, 중앙아메리카 및 카리브해 52 (55) 56666-333  
중동, 아시아 및 북아프리카 +41 52 675 3777  
네덜란드 090 02 021797  
노르웨이 800 16098  
중국 86 (10) 6235 1230  
폴란드 +41 52 675 3777  
포르투갈 80 08 12370  
대한민국 82 (2) 528-5299  
러시아 및 CIS 7 095 775 1064  
남아프리카 +27 11 254 8360  
스페인 (+34) 901 988 054  
스웨덴 020 08 80371  
스위스 +41 52 675 3777  
대만 886 (2) 2722-9622  
영국 및 아일랜드 +44 (0) 1344 392400  
미국 1 (800) 426-2200  
기타 지역: 1 (503) 627-7111  
2006년 1월 5일 갱신

텍트로닉스 최신 제품 정보 리소스: [www.tektronix.com](http://www.tektronix.com)



Copyright© 2006, 텍트로닉스, Inc. All rights reserved. 텍트로닉스 제품은 현재 등록되어 있거나 출원중인 미국 및 국제 특허의 보호를 받고 있습니다. 이 문서에 포함되어 있는 정보는 이전에 발행된 모든 자료에 실린 내용에 우선합니다. 사양이나 가격 정보는 예고 없이 변경될 수 있습니다. 텍트로닉스 및 TEK은 텍트로닉스, Inc.의 등록 상표입니다. 본 문서에 인용된 다른 모든 상표는 해당 회사의 서비스 마크, 상표 또는 등록 상표입니다.

1/06 FLG/WWW

4HK-19378-0

**Tektronix**  
Enabling Innovation