

# 高速伝送路理論の基礎

碓井 有三

# 目次

## 1. 線路損失とその対策

表皮効果と誘電正接による線路損失の特徴

線路損失が波形に及ぼす影響

スタブビアの影響

アイパターンと広いアイを確保する対策技術

## 2. 差動クロストーク

差動インピーダンス

一般信号のクロストークとの違い

簡易計算

理論計算

# 線路損失とその対策

## 1. 線路損失とその対策

表皮効果と誘電正接による線路損失の特徴

線路損失が波形に及ぼす影響

スタブビアの影響

アイパターンと広いアイを確保する対策技術

## 2. 差動クロストーク

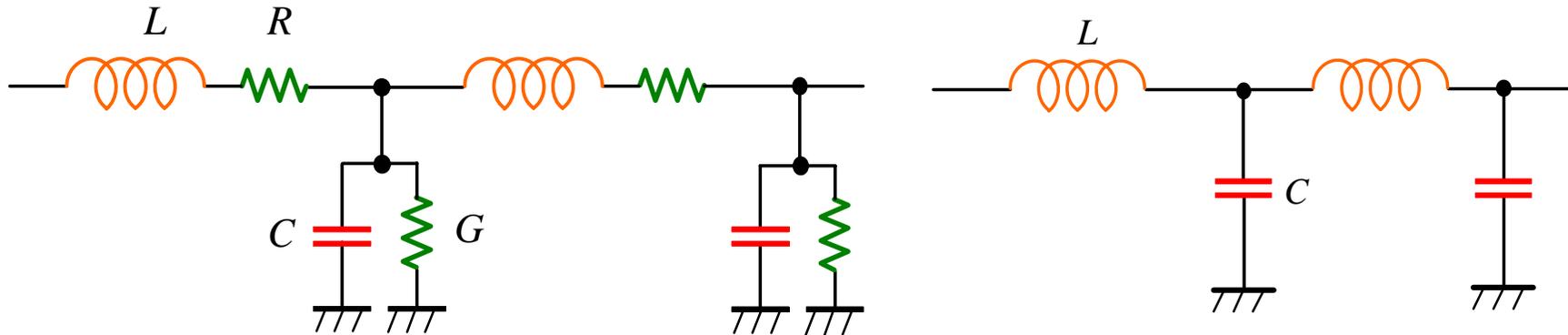
差動インピーダンス

一般信号のクロストークとの違い

簡易計算

理論計算

## 線路の伝搬定数



特性インピーダンス  $Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}}$

$Z_0|_{R=0, G=0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

伝搬定数  $\alpha + j\beta = \sqrt{(j\omega L + R)(j\omega C + G)}$

$\alpha + j\beta|_{R=0, G=0} = j\omega\sqrt{LC}$

$\alpha$  減衰項

$delay/m|_{R=0, G=0} = \sqrt{LC}$

$\beta = \omega \times delay/m$  位相項

## 抵抗損と誘電損

$$R \ll \omega L, G \ll \omega C$$

$$\begin{aligned} \alpha + j\beta &= \sqrt{(j\omega L + R)(j\omega C + G)} = j\omega \sqrt{LC \left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right)} \\ &= j\omega \left\{ LC \left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right) \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right) \right\}^{\frac{1}{2}} \cong j\omega \sqrt{LC} \left\{ 1 + \frac{1}{2j\omega} \left( \frac{G}{C} + \frac{R}{L} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left( GZ_0 + \frac{R}{Z_0} \right) + j\omega \sqrt{LC} \quad \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 \end{aligned}$$

遅延

減衰項  $e^{-\alpha x} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( GZ_0 + \frac{R}{Z_0} \right) x \right\}$

誘電損

抵抗損

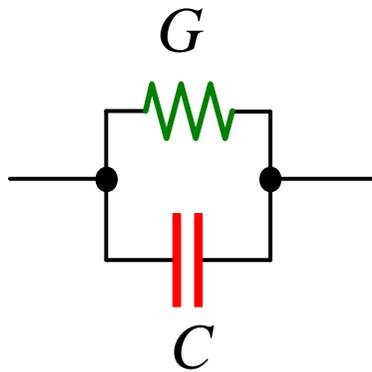
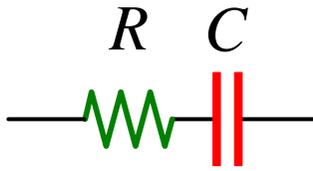
デシベル  $20 \log(e^{-\alpha x}) = 20 \times 0.434 \alpha x = 4.34 \times \left( GZ_0 + \frac{R}{Z_0} \right) x$   $\log(e) = 0.434$

単位長当たりの損失  $4.34 \times \left( GZ_0 + \frac{R}{Z_0} \right)$  (dB/m)

## 誘電損(誘電体損失,誘電正接)とは

定義

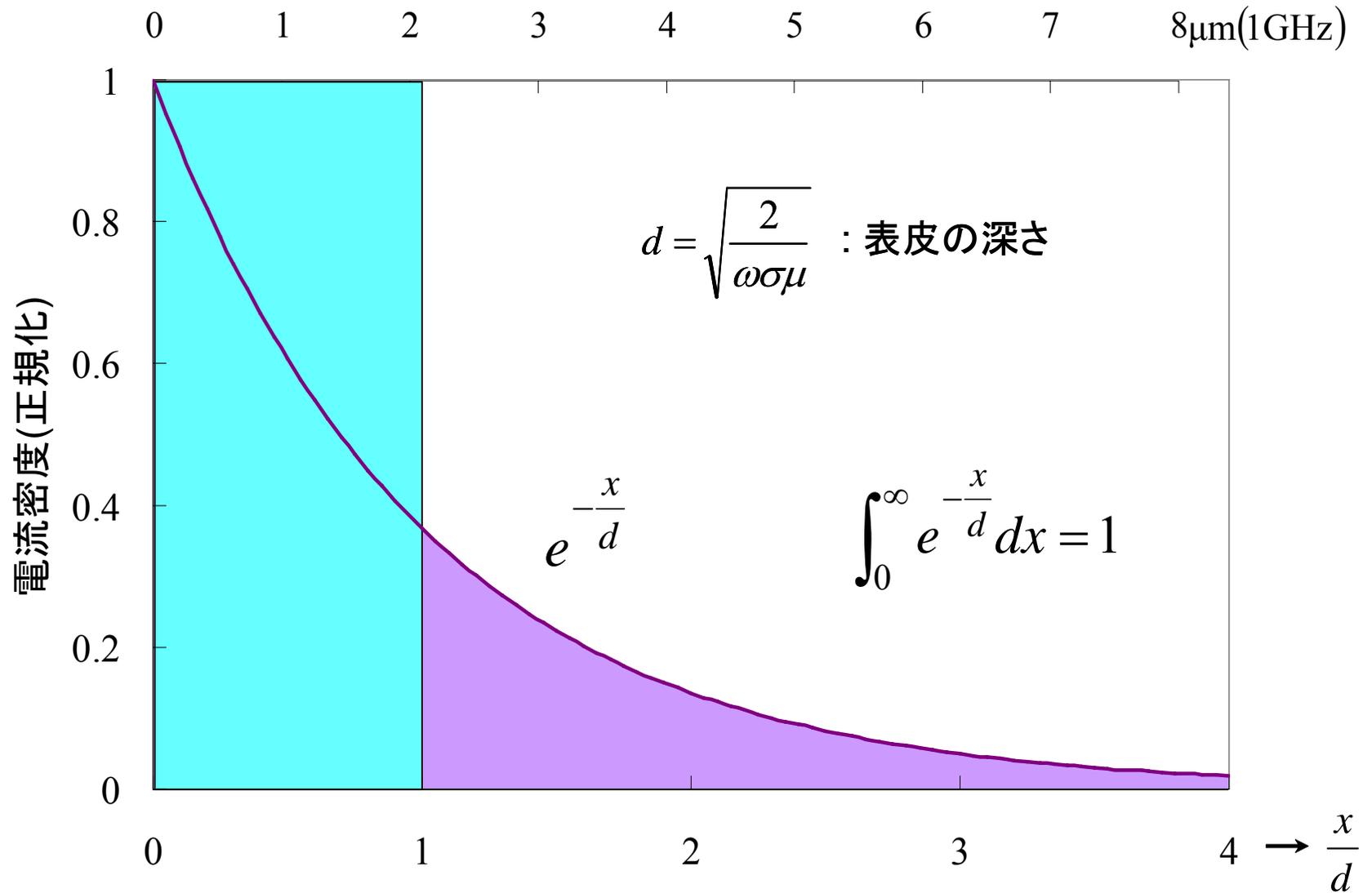
抵抗成分  $R$  と静電容量  $C$  によって得られる  
リアクタンス成分との絶対値の比を誘電損( $\tan \delta$ )という  
すなわち,  $R$  と  $1/\omega C$  との比  $\tan \delta = \omega CR$



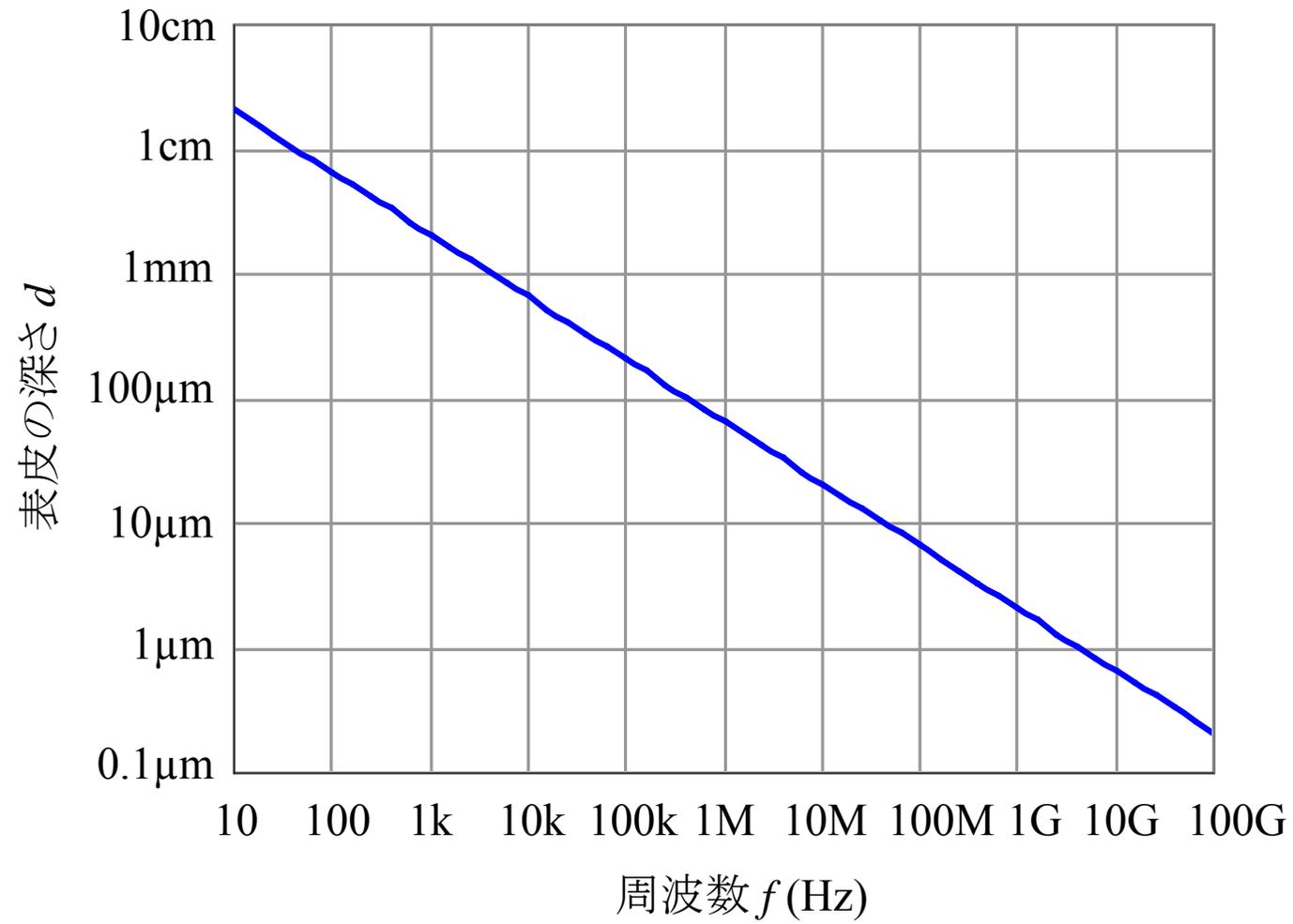
$$\left. \begin{aligned} R + \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{G + j\omega C} = \frac{G - j\omega C}{G^2 + (\omega C)^2} \end{aligned} \right\} G = \tan \delta \times \omega C$$
$$\cong \frac{G}{(\omega C)^2} + \frac{1}{j\omega C}$$

別な見方をすると,  $C$  は  $\epsilon_r$  に比例するから,  
 $\tan \delta$  は  $\epsilon_r$  の虚数成分とみることもできる.

# 表皮効果(電流密度)



## 表皮の深さ

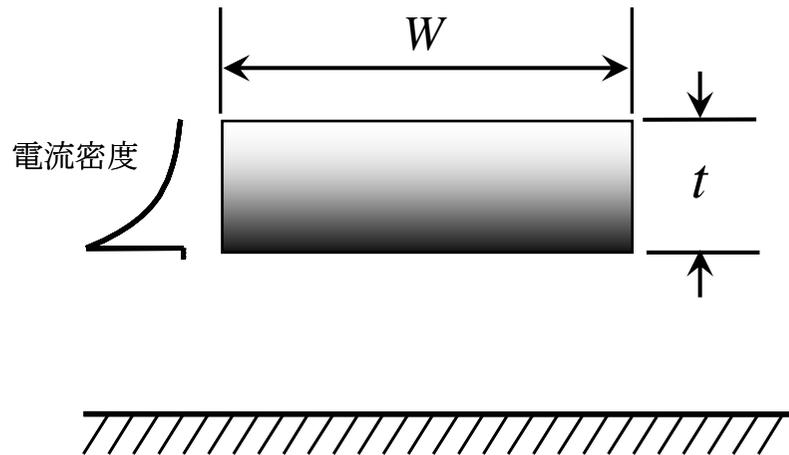


## 表皮抵抗

$$\text{全電流: } I_0 \times \int_0^t e^{-\frac{x}{d}} dx = I_0 \times d \times \left(1 - e^{-\frac{t}{d}}\right)$$

直流の場合:  $I_0 \times t$

導体表面の  
電流密度



$$\frac{R(\omega)}{R_{DC}} = \frac{I_0 \times t}{I_0 \times d \times \left(1 - e^{-\frac{t}{d}}\right)}$$

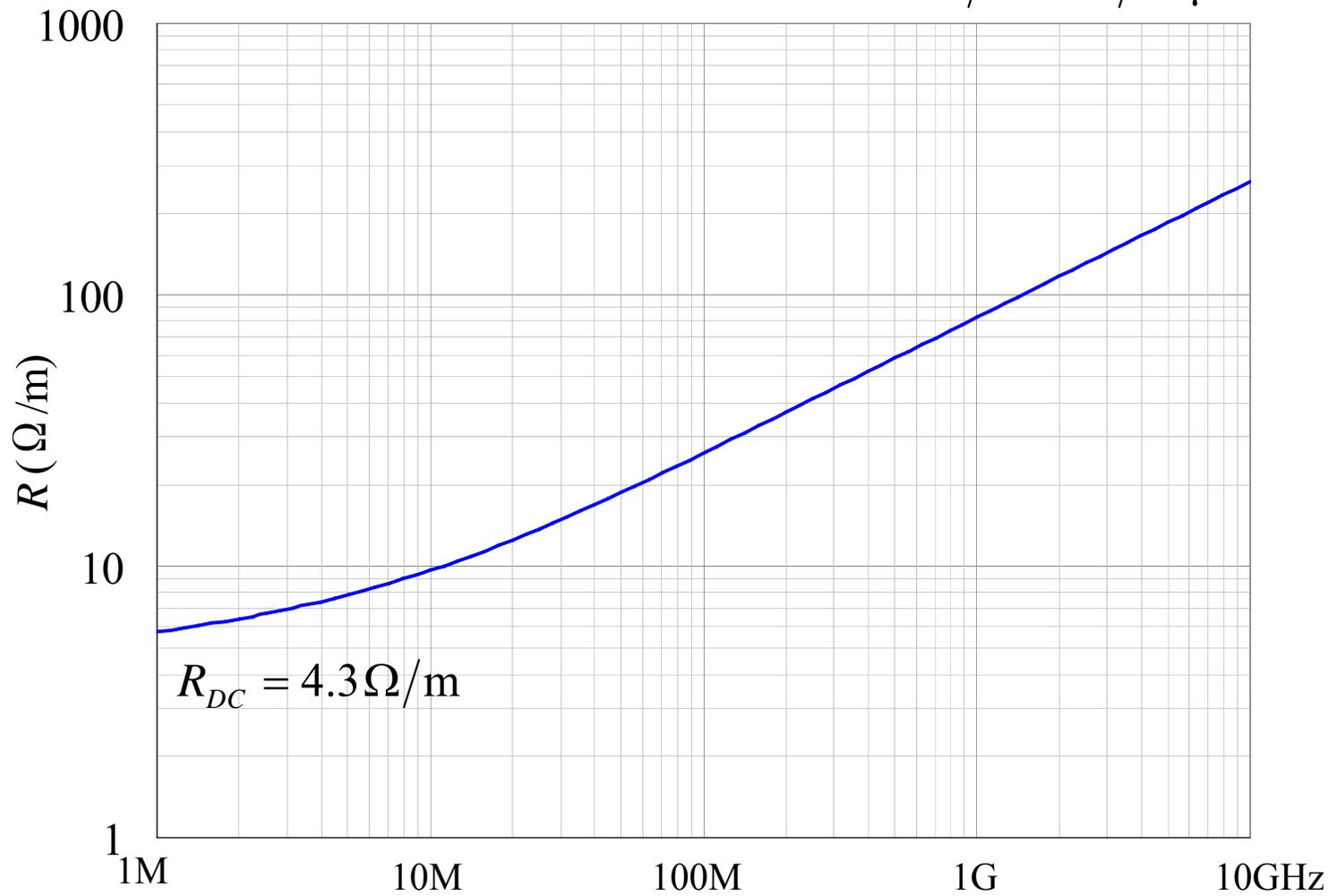
$$R(\omega) = \frac{t}{d} \times \frac{1}{1 - e^{-\frac{t}{d}}} \times R_{DC}$$

$$\cong \sqrt{\pi \rho \mu} \times \frac{\sqrt{f}}{W} \quad @ e^{-\frac{t}{d}} \ll 1$$

(e.g.,  $t > 5d$ )

# 標準的ボードパターンの表皮抵抗

$W/t = 100/40\mu\text{m}$



## 抵抗損( $\sqrt{f}$ に比例)と誘電損( $f$ に比例)

単位長当たりの損失

$$4.34 \times \left( \overset{\text{誘電損}}{GZ_0} + \overset{\text{抵抗損}}{\frac{R}{Z_0}} \right) \quad (\text{dB/m})$$

$$GZ_0 = \tan \delta \times \omega CZ_0$$

$$CZ_0 = C \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{LC} = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{3 \times 10^8}$$

誘電損

$$4.34GZ_0 = 91 \times \tan \delta \times \sqrt{\epsilon_r} \times f(\text{GHz}) \quad (\text{dB/m})$$

周波数に比例

$$R \cong \sqrt{\pi \rho \mu} \times \frac{\sqrt{f}}{W}$$

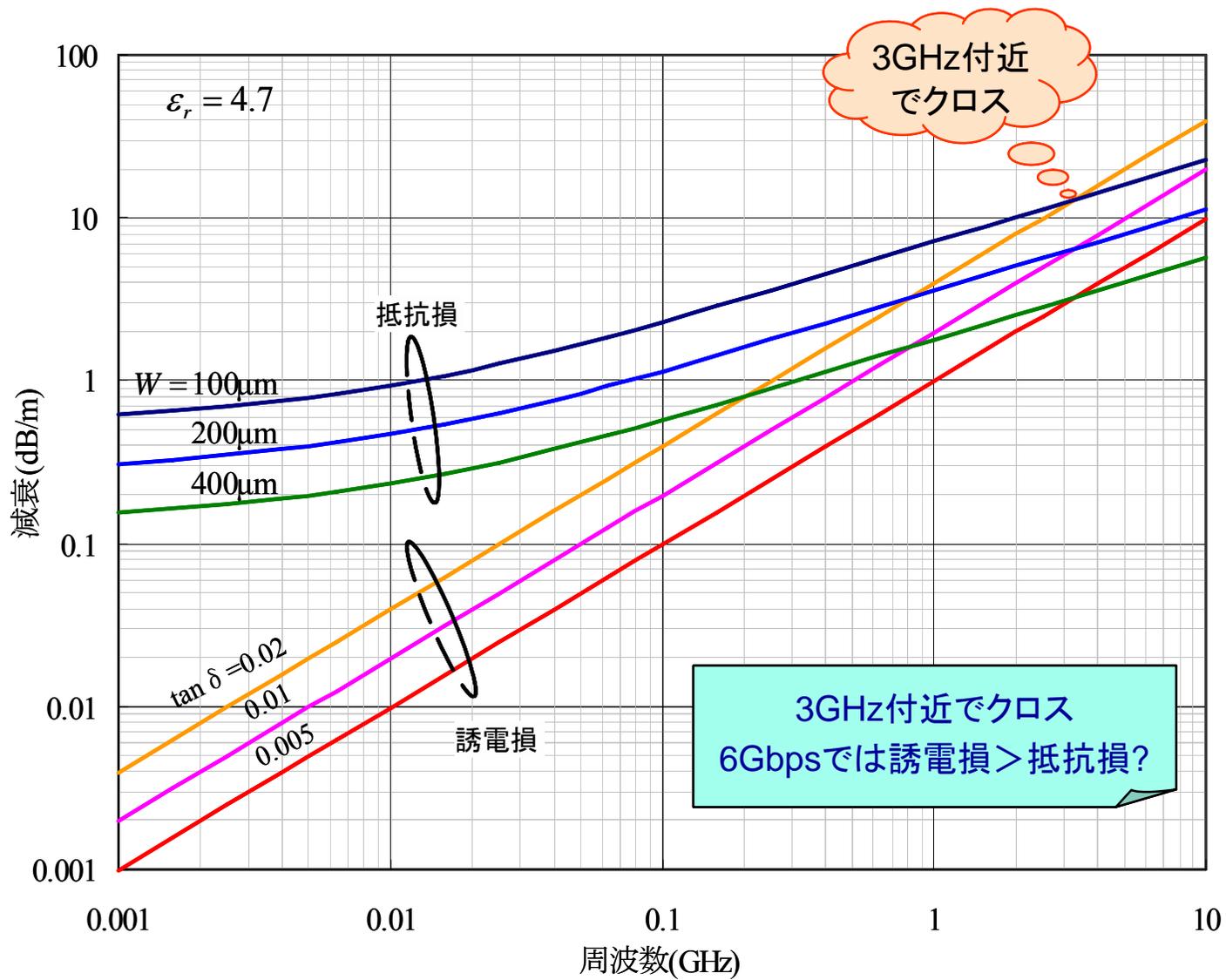
Cuの場合,  $\sqrt{\pi \rho \mu} = 2.6 \times 10^{-7}$

抵抗損 ( $Z_0 = 50\Omega$ )

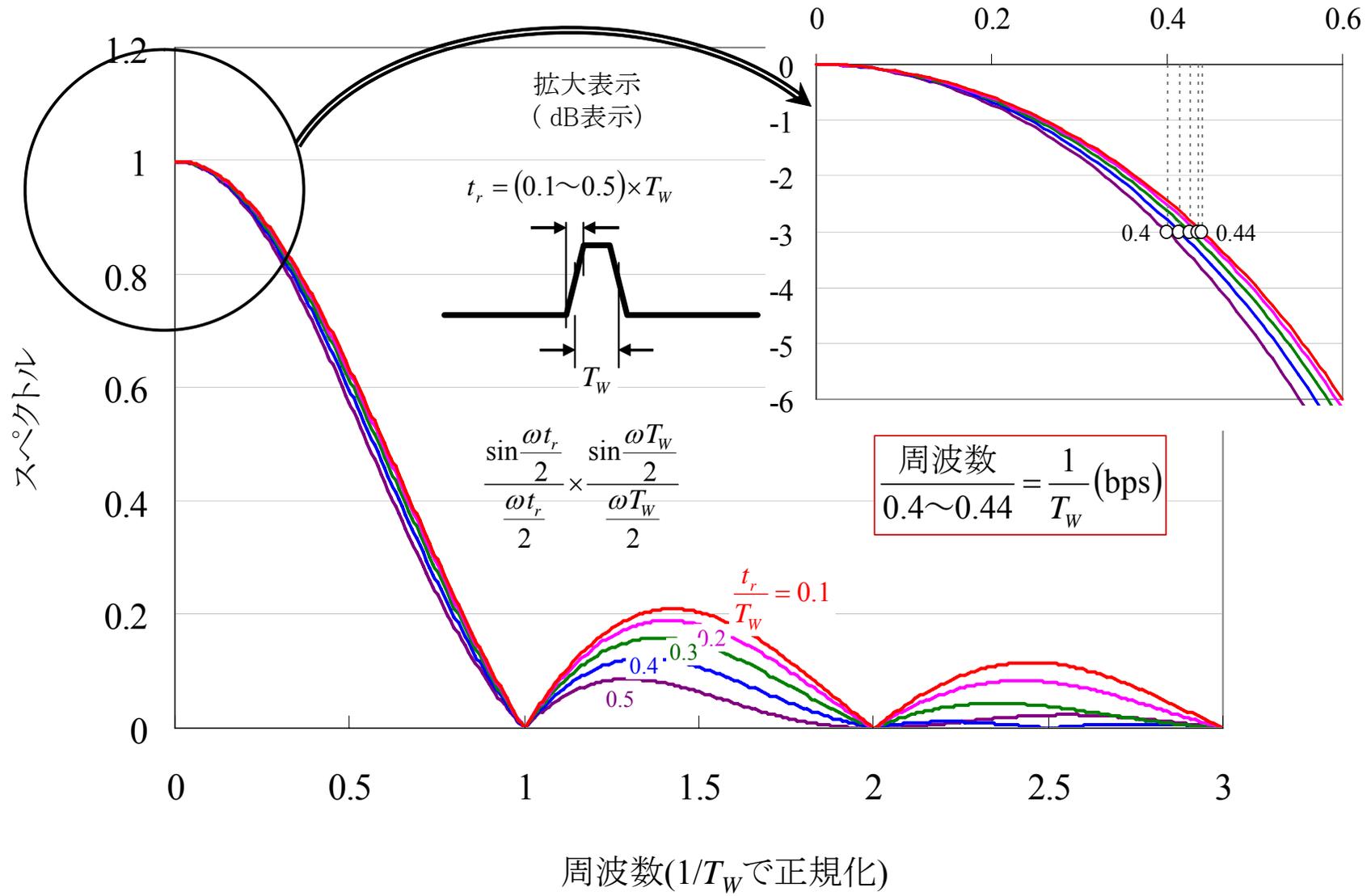
$$4.34 \times \frac{R}{Z_0} \cong \frac{715}{W(\mu\text{m})} \times \sqrt{f(\text{GHz})} \quad (\text{dB/m})$$

周波数の平方根に比例

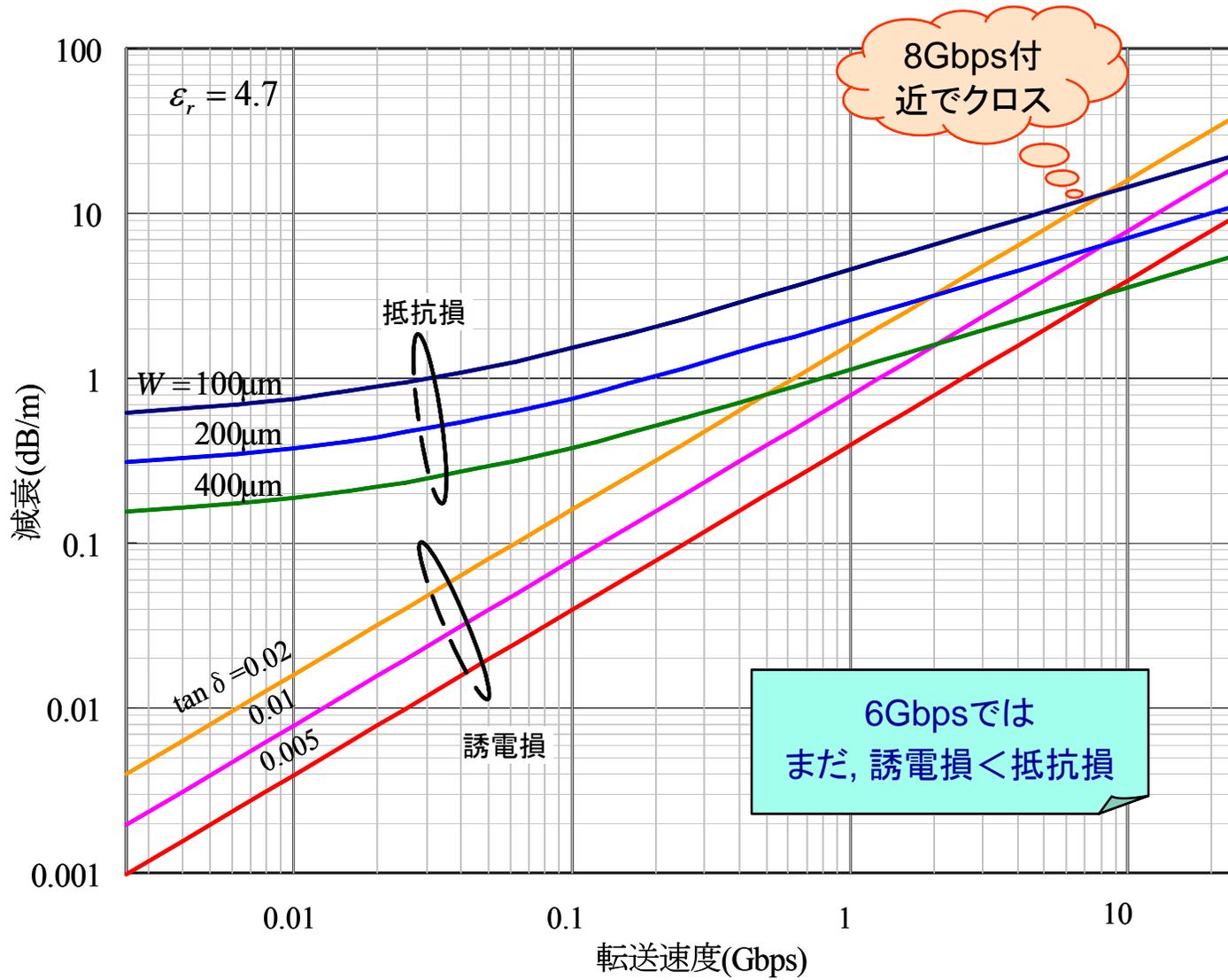
# ボードの損失(周波数)



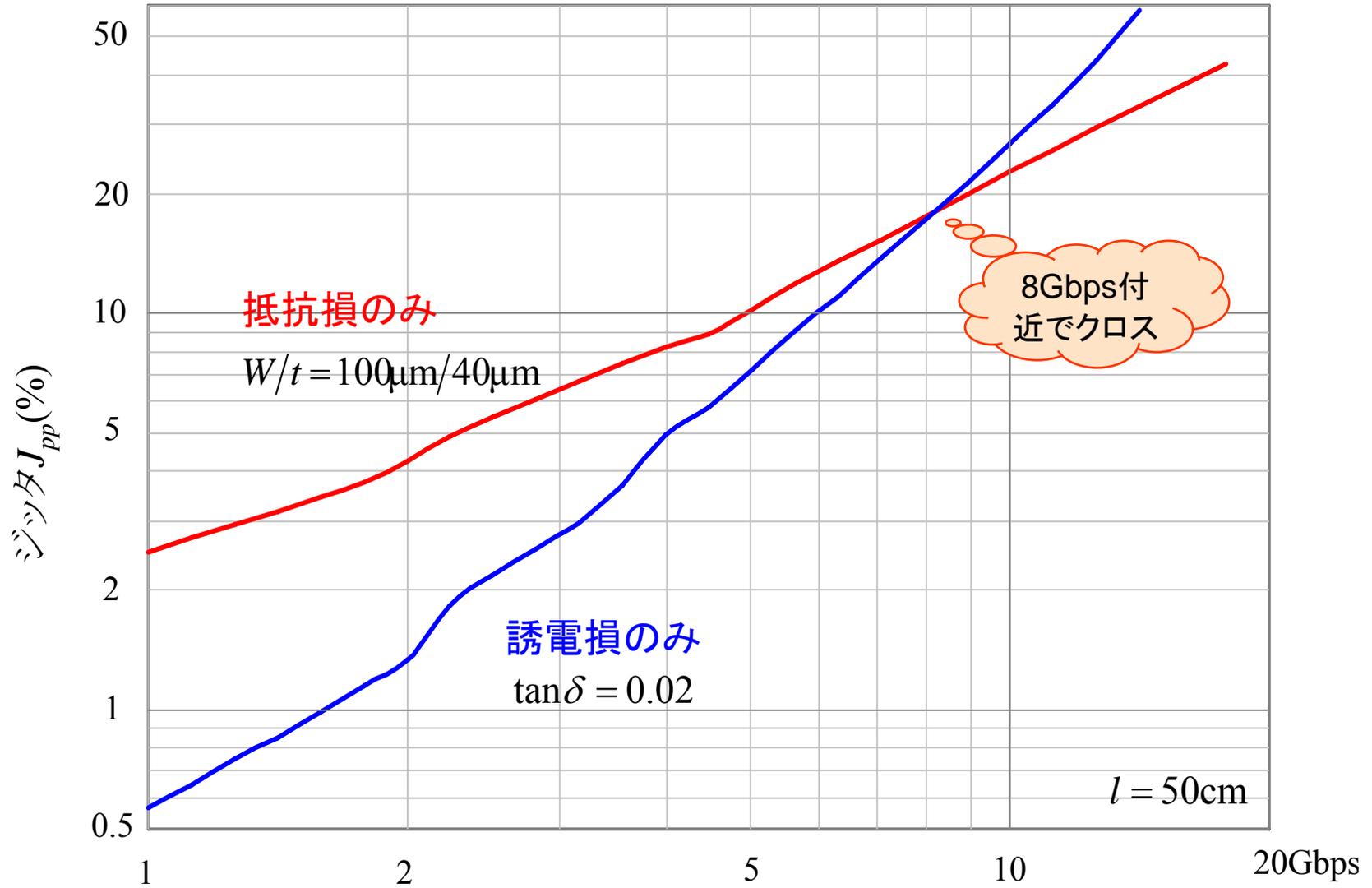
# スペクトル



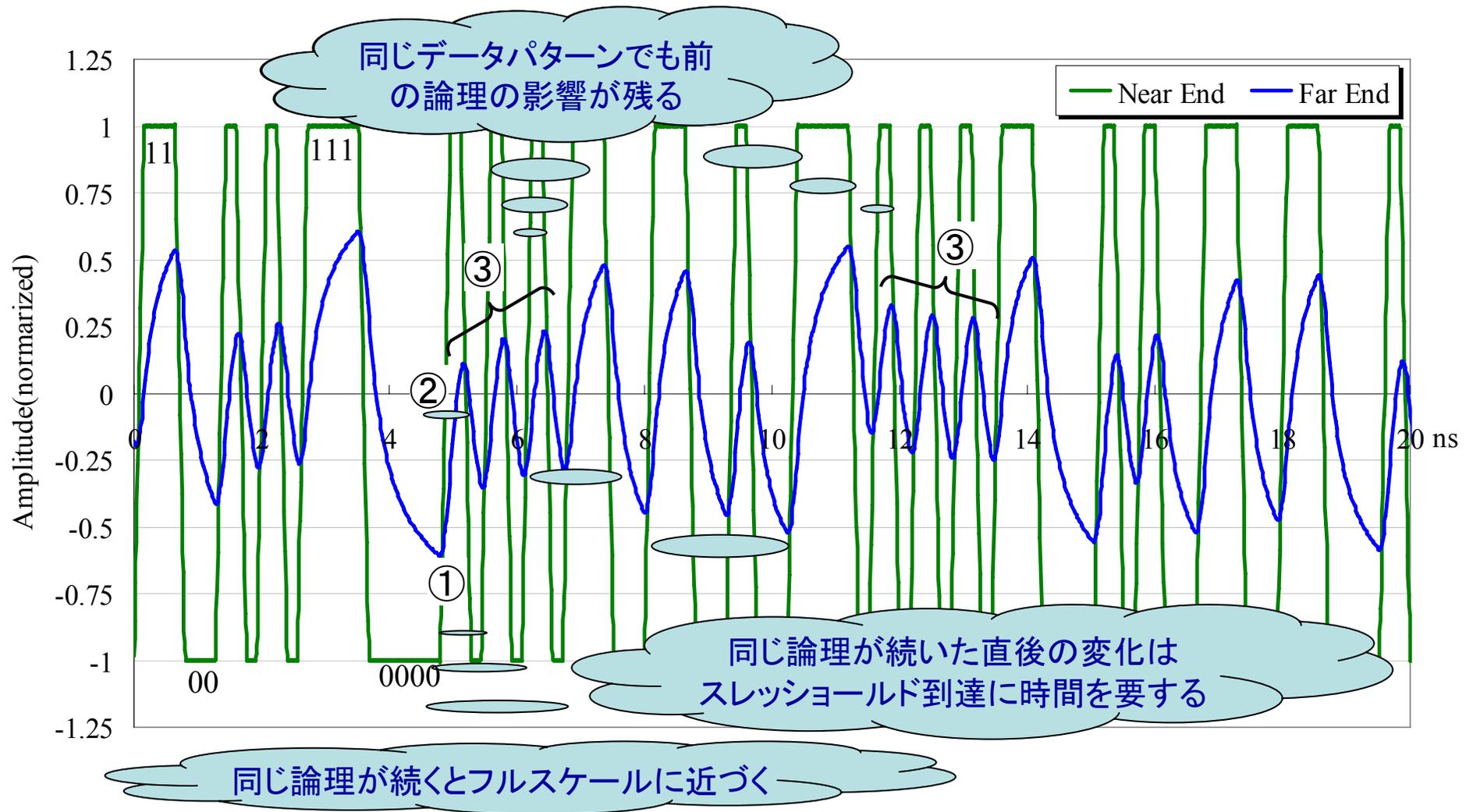
# ボードの損失(転送速度)



## 転送速度とジッタ

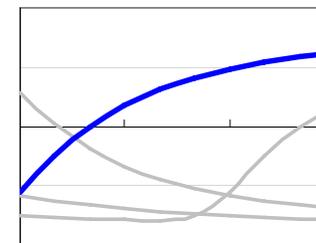
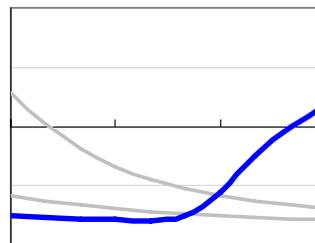
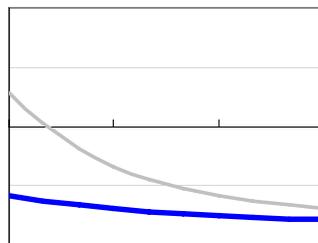
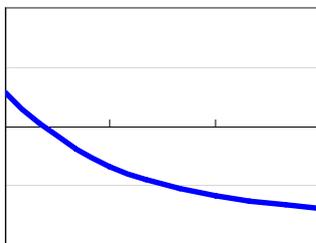
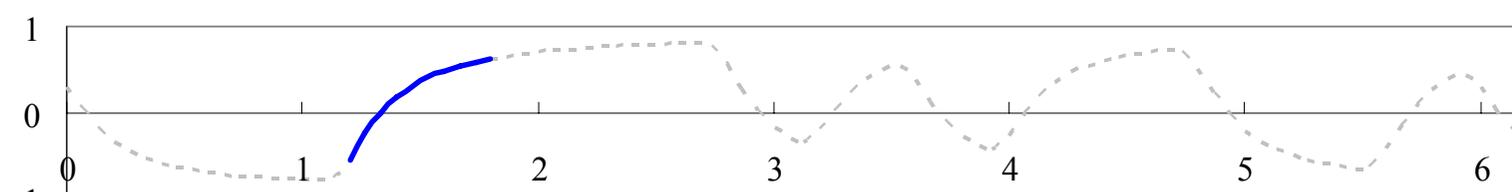
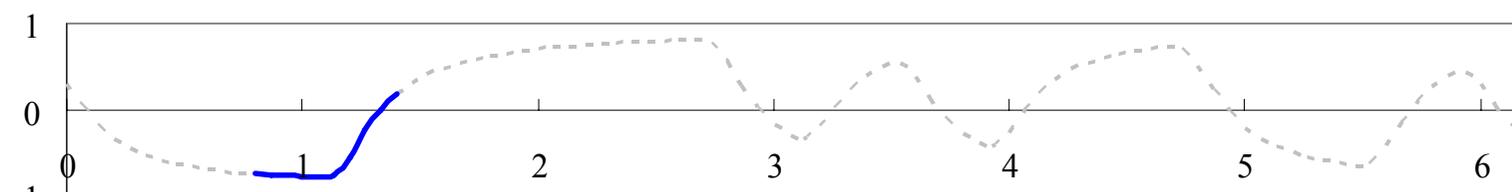
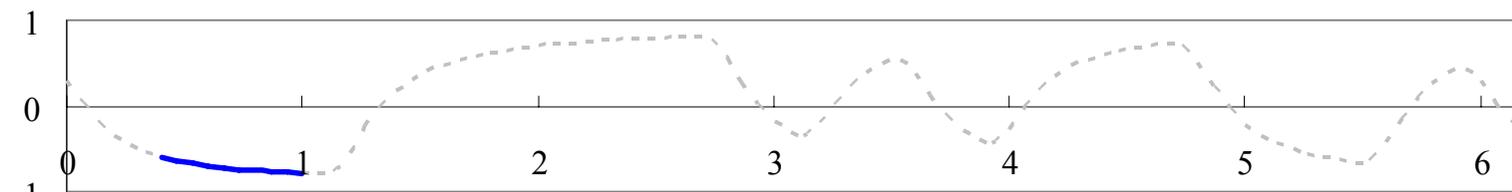
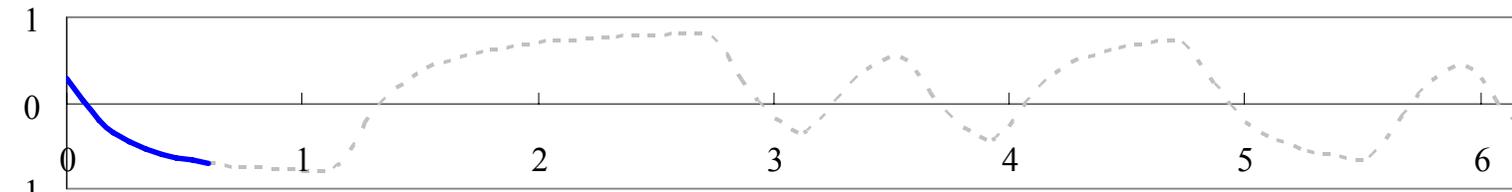


# 損失線路の伝送波形の特徴

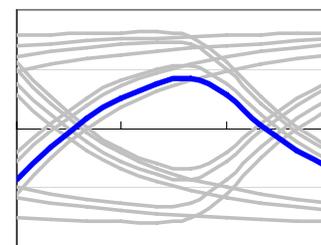
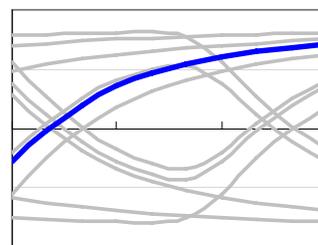
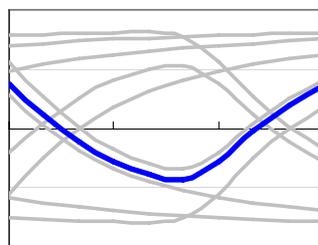
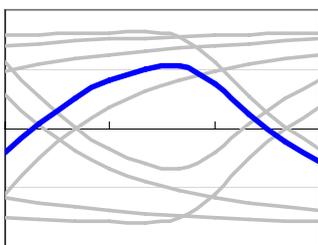
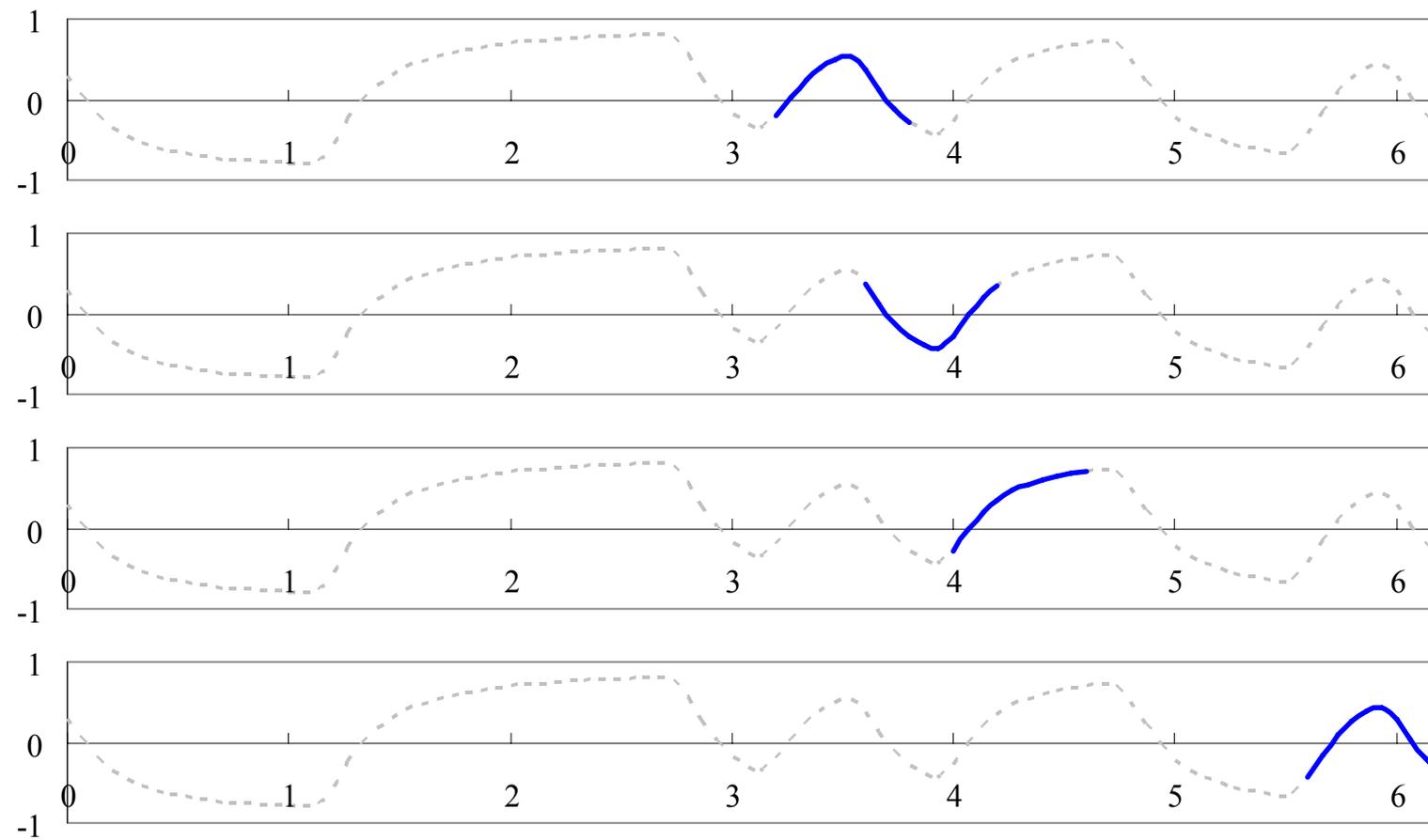


$W/t = 100/40\mu\text{m}$ , Microstrip,  $\tan\delta = 0.02$ ,  $l = 100\text{cm}$ ,  $3.125\text{Gbps}$

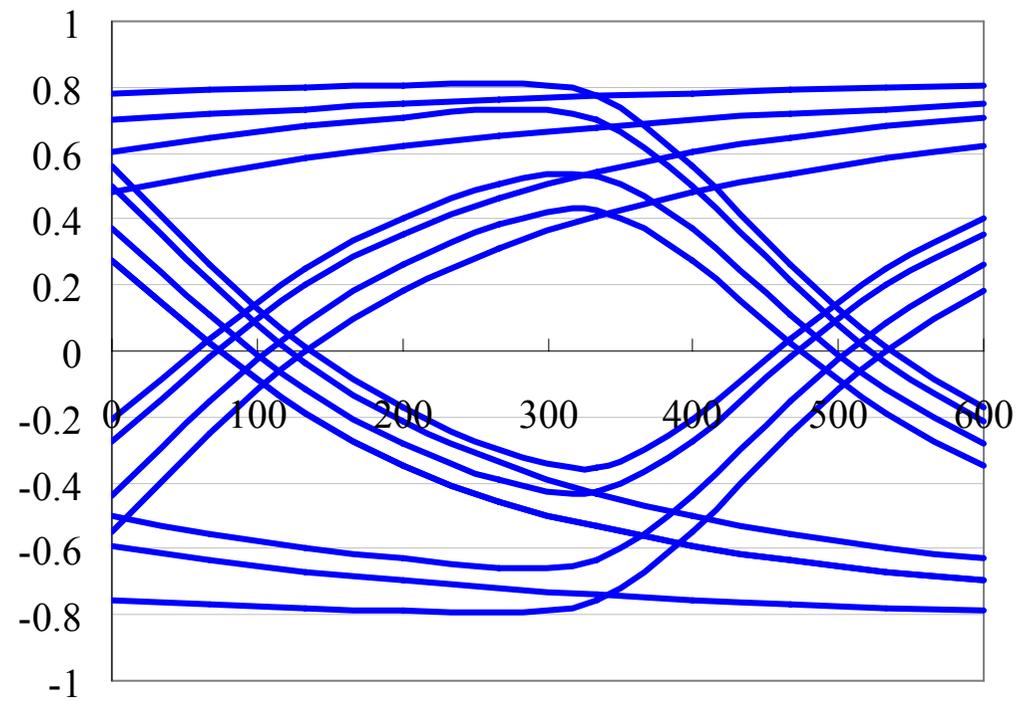
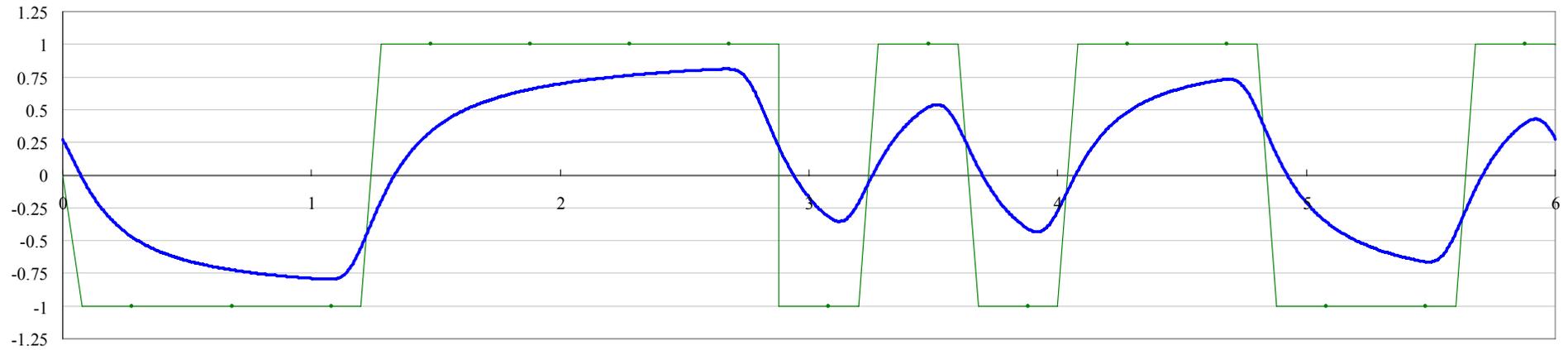
# アイパターン作成過程-1



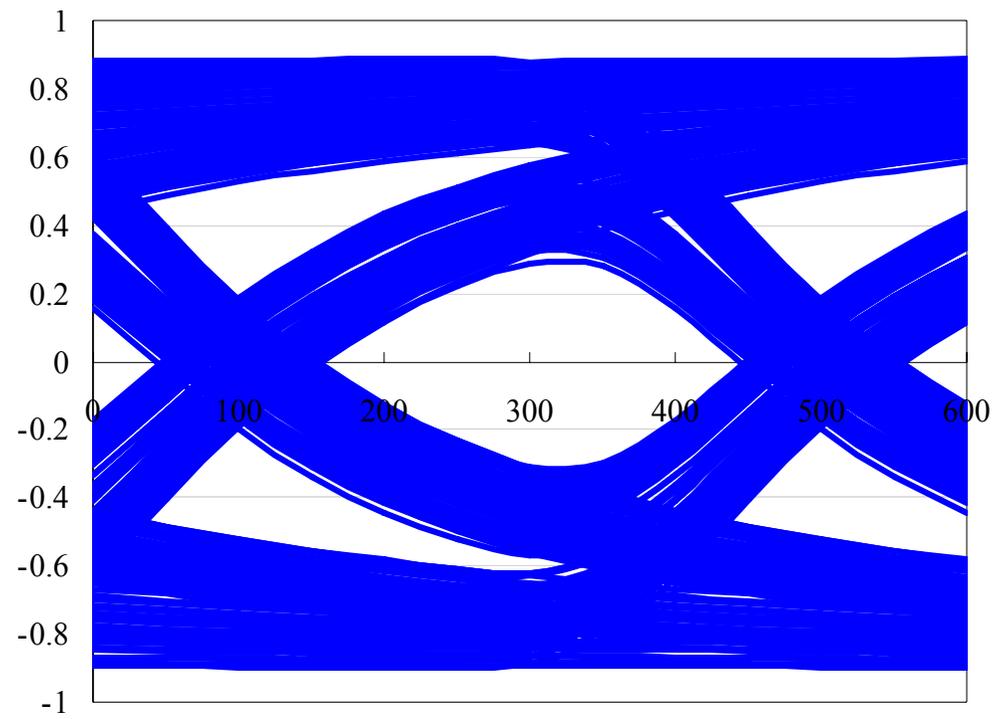
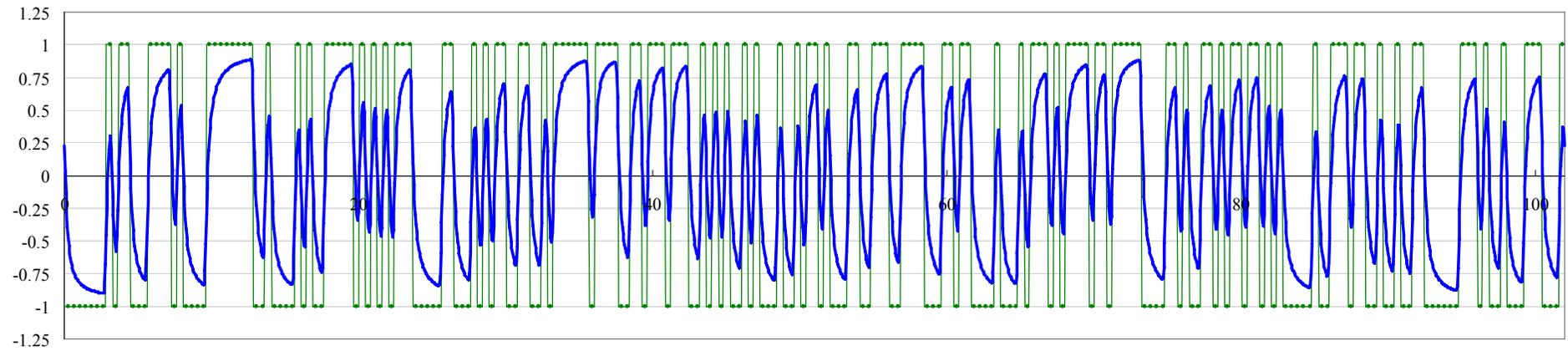
## アイパターン作成過程-2



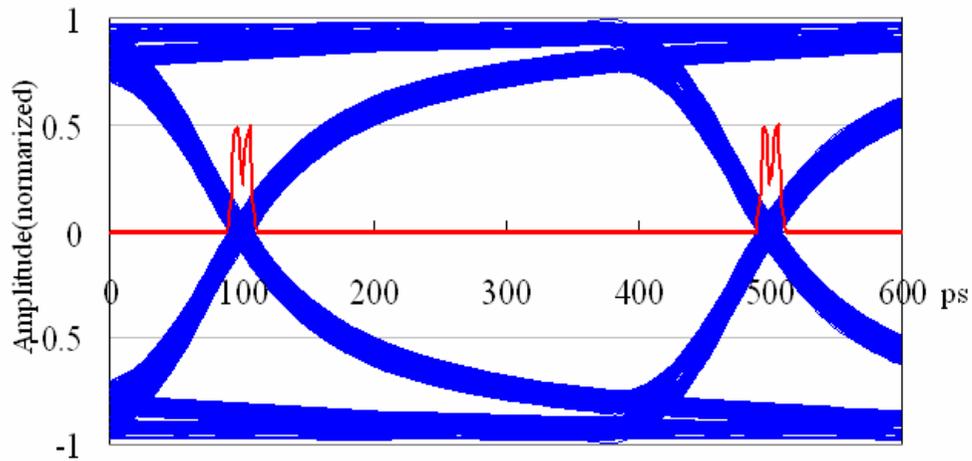
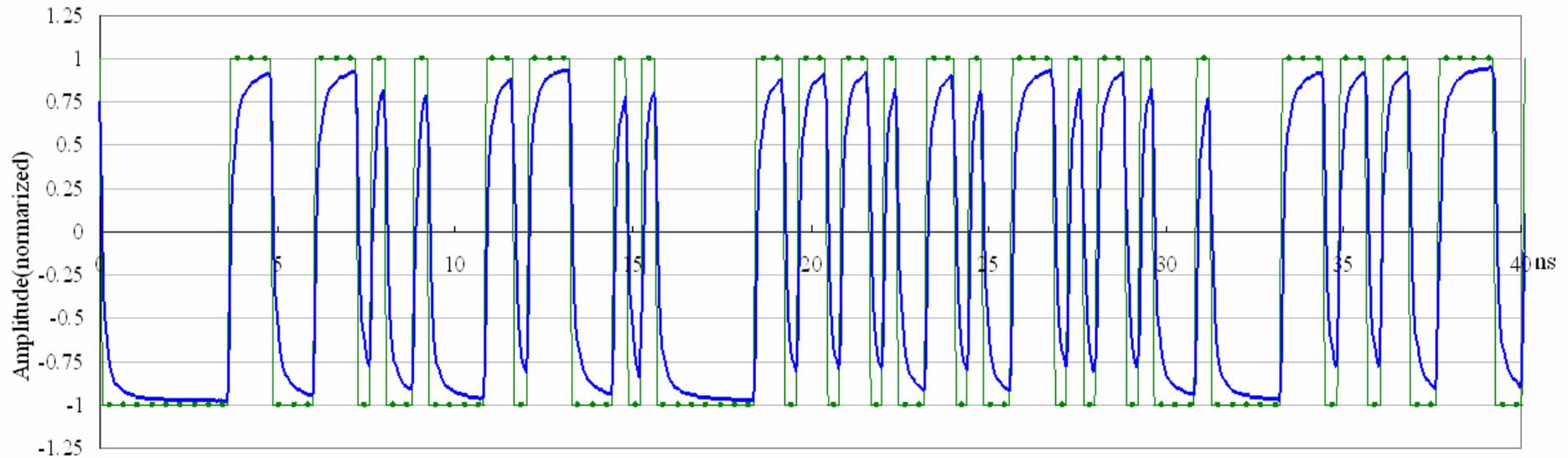
# 損失線路 PRBS 4の例



# 損失線路 PRBS 8の例



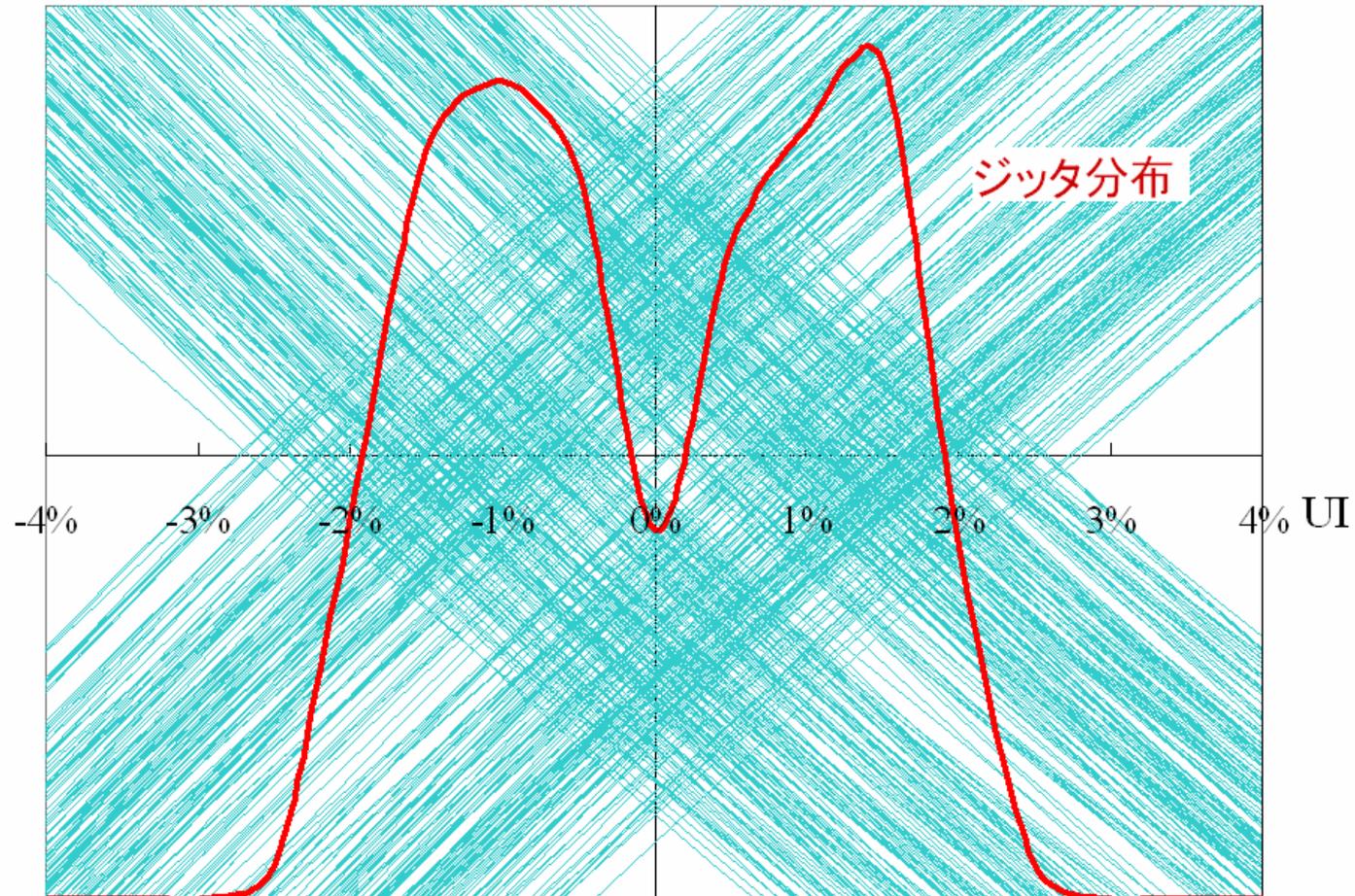
## 時間応答(PRBS)とアイパターン



ビットタイミングで同期をとって、  
重ね合わせることによりアイパターンを得る  
クロスポイントの幅(ブレ) : ジッタ

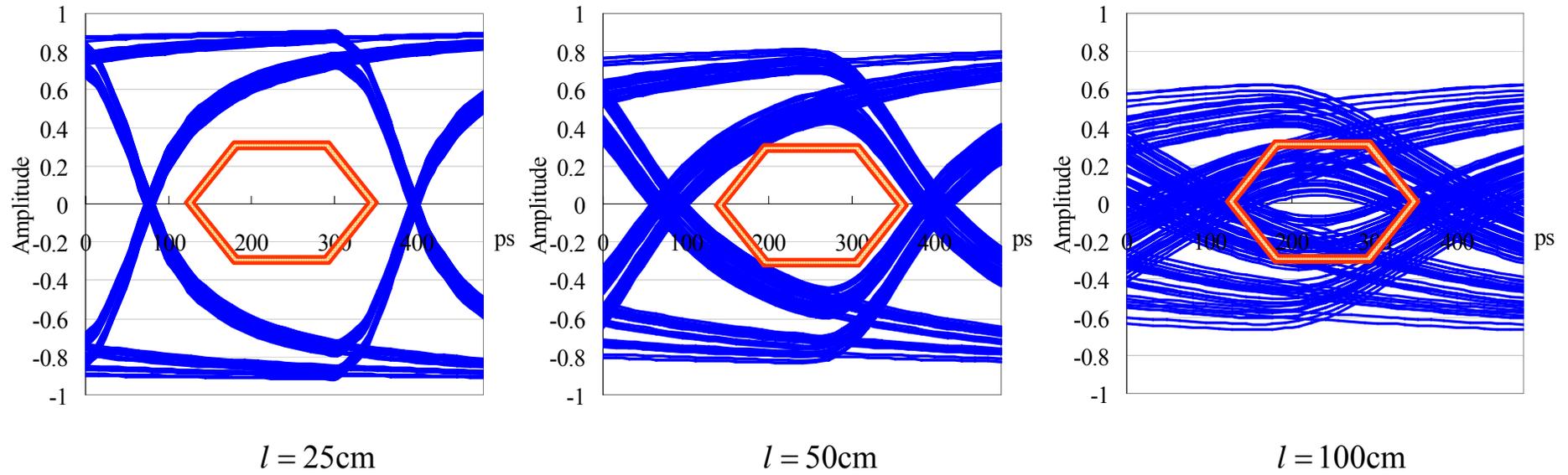
$$W/t = 200\mu\text{m}/40\mu\text{m}, \tan\delta = 0.02, l = 50\text{cm}, 2.5\text{Gbps}$$

## クロスポイント部の拡大



$W/t = 200\mu\text{m}/40\mu\text{m}$ ,  $\tan\delta = 0.02$ ,  $l = 50\text{cm}$ ,  $2.5\text{Gbps}$ , PRBS  $2^{10} - 1$

## 線長とアイパターンの変化



$W/t = 100\mu\text{m}/40\mu\text{m}$ ,  $\tan\delta = 0.02$ ,  $3.125\text{Gbps}$

縦(電圧), 横(時間)ともに狭くなっていくことに着目

# 抵抗損から誘電損へ

抵抗損が支配的  $\propto \sqrt{f}$

この付近  
でクロス

誘電損が支配的  $\propto f$

6Gbps

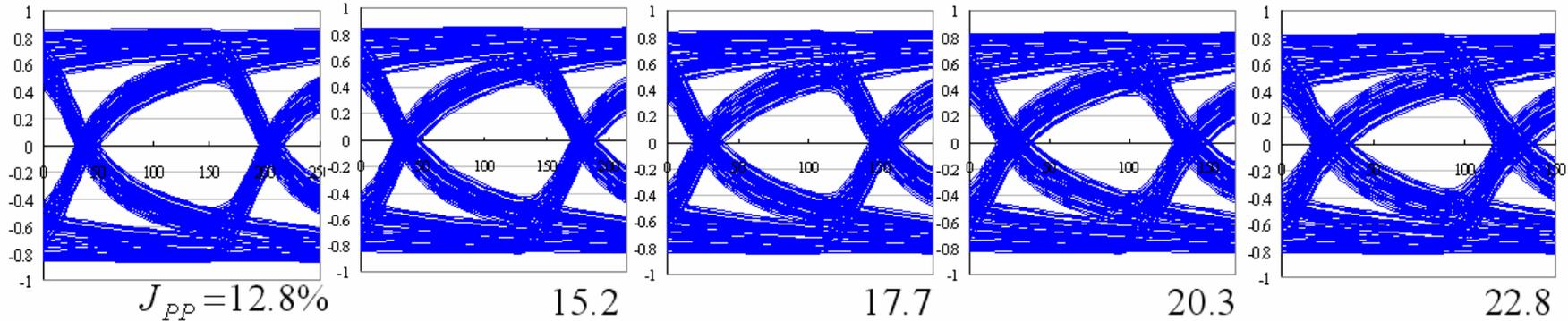
7Gbps

8Gbps

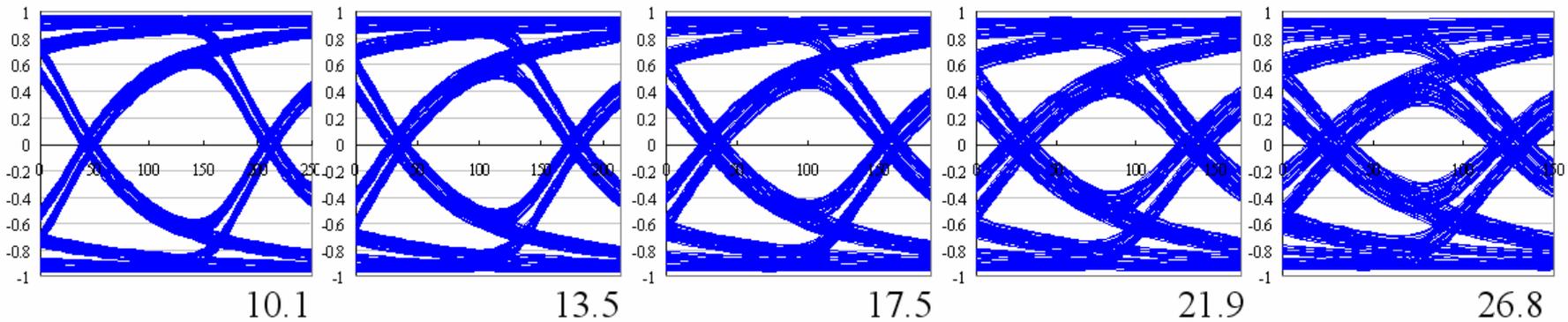
9Gbps

10Gbps

抵抗損のみ



誘電損のみ



$W/t = 100 \mu\text{m} / 40 \mu\text{m}$ ,  $\tan\delta = 0.02$

## 広いアイを確保するために

### 1. エンコード Encode

LoまたはHiの同符号の連続を避けるように符号化.

例えば 8B/10B

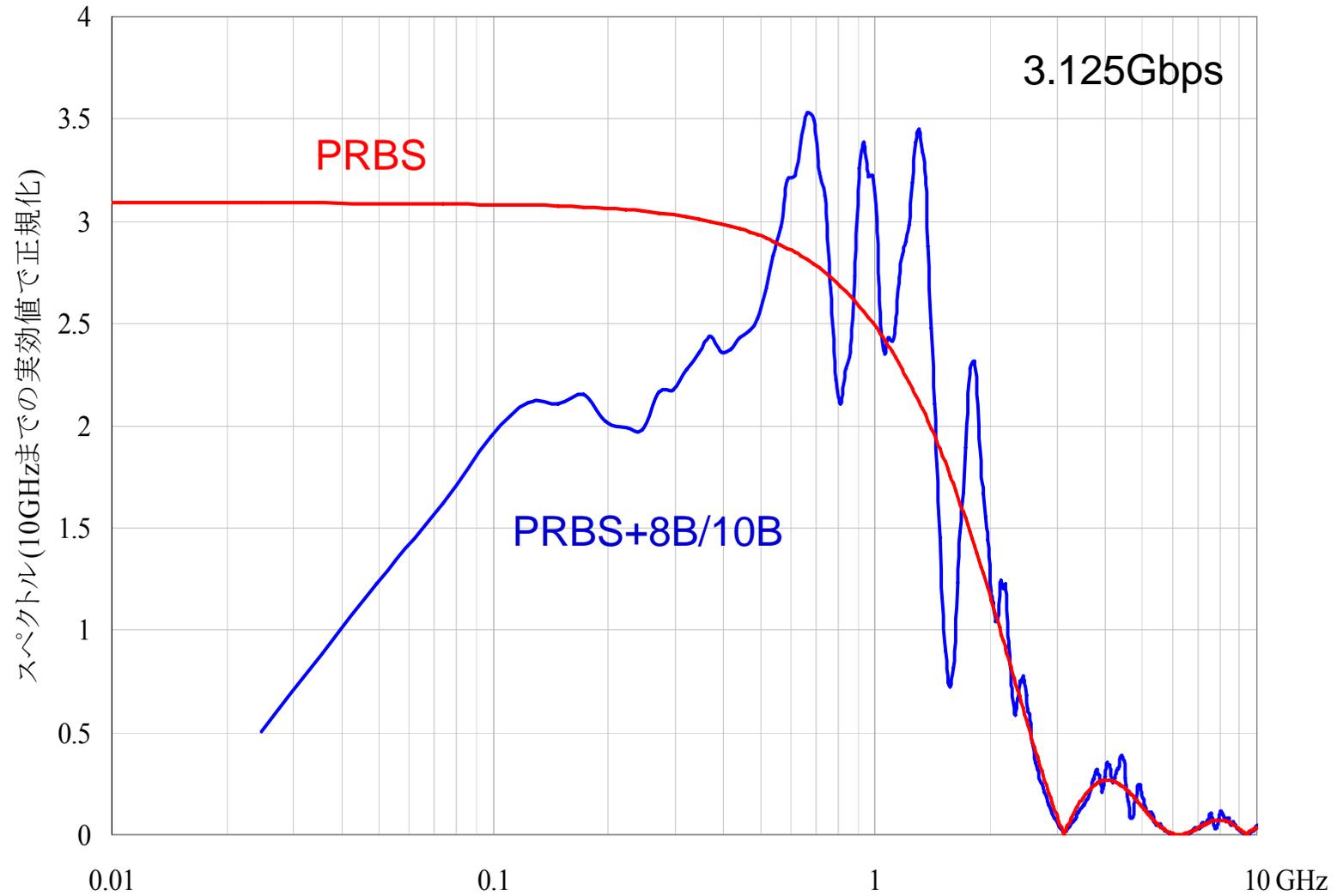
### 2. プリエンファシス(ドライバ) Pre-Emphasis

同符号が連続した後に異なる符号レベルに遷移する際にレベルを強調して受信レベルの平準化を図る.

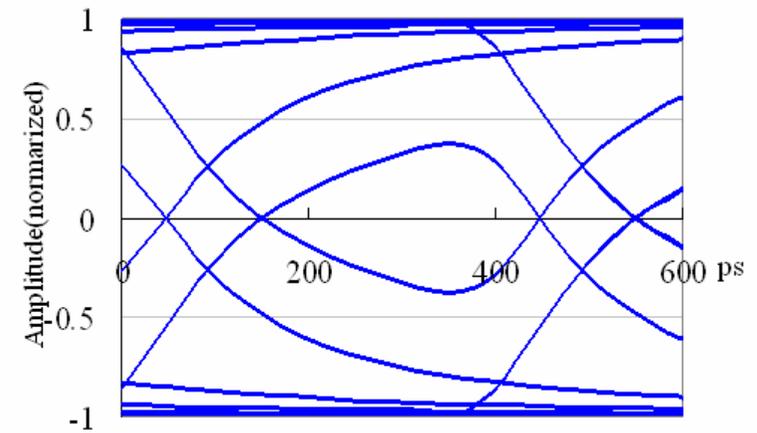
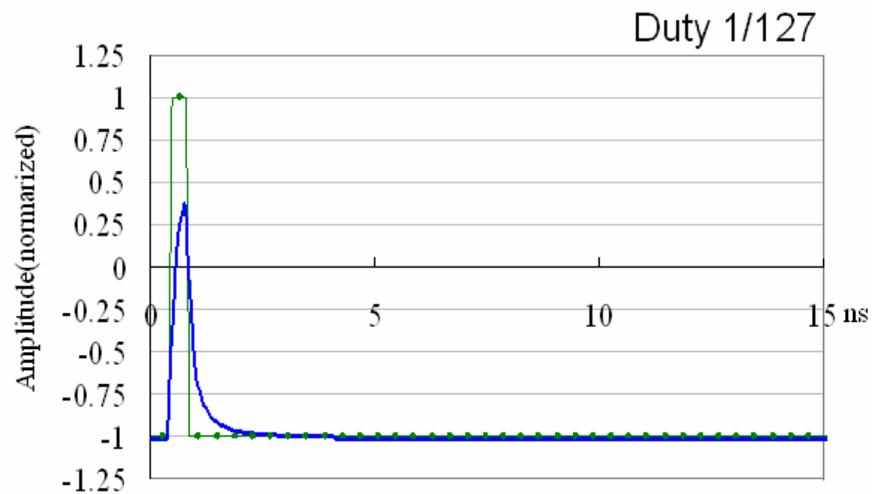
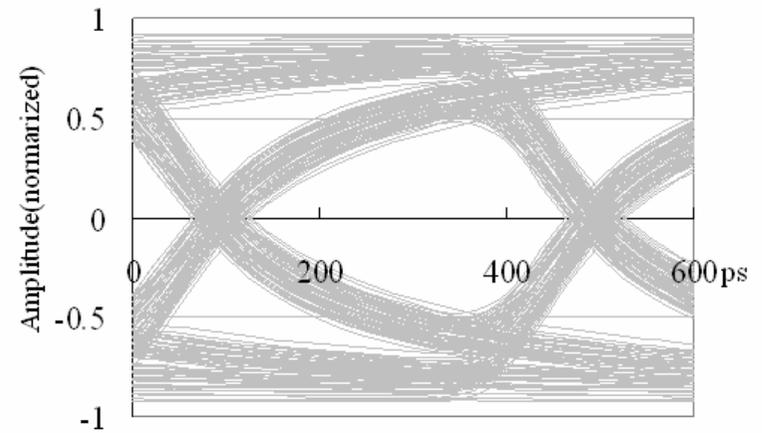
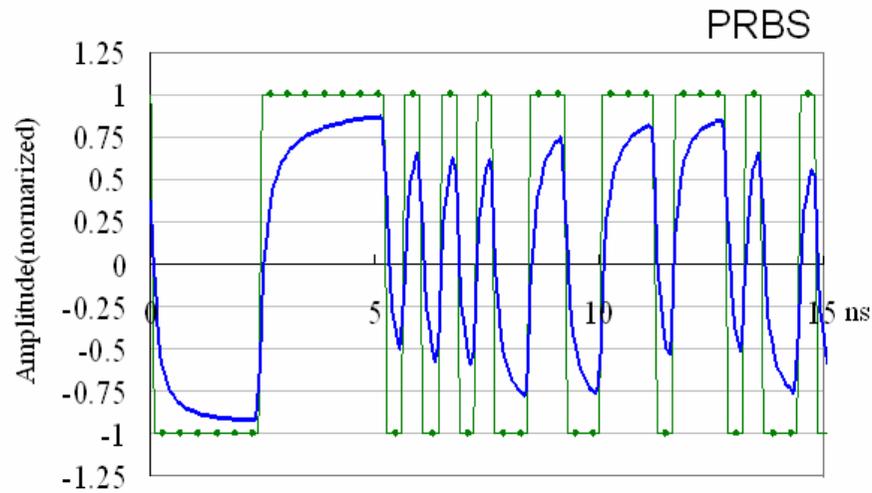
### 3. イコライザ(レシーバ) Equalizer

線路の伝送特性による高域の減衰をレシーバ側で補正して, 総合的な周波数特性を平坦にする.

8B/10Bによるスペクトルの変化(NRZ,  $t_r = T_W / 2$ )

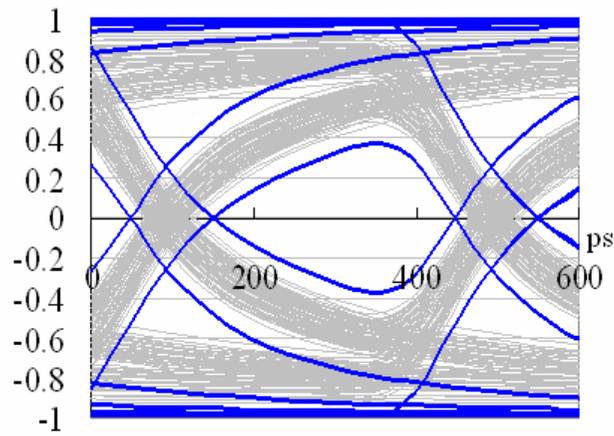


# 2.5Gbps PRBS+孤立波(デューティ比=1/127)

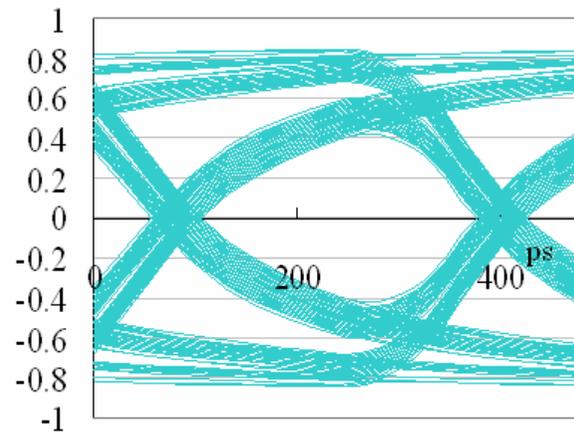


$W = 100\mu\text{m}$ ,  $t = 40\mu\text{m}$ ,  $l = 100\text{cm}$ ,  $\tan\delta = 0.02$ , 2.5Gbps

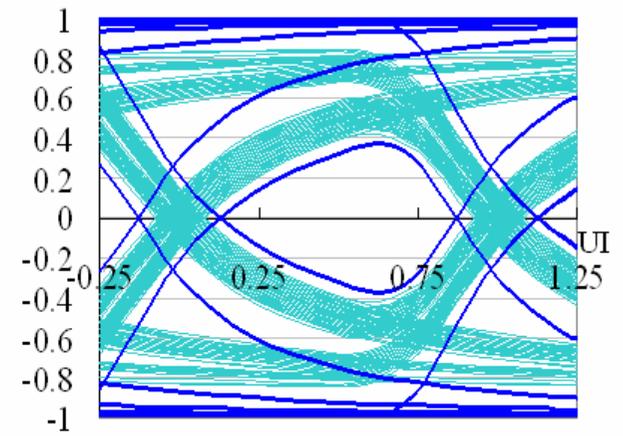
### 8B/10Bの適用



2.5Gbps PRBS-7 + 孤立波(1/127)

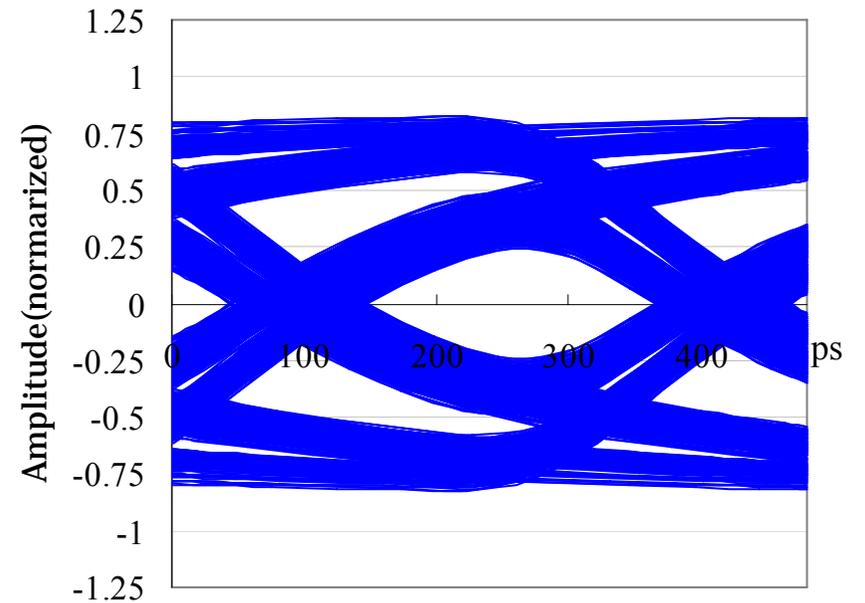
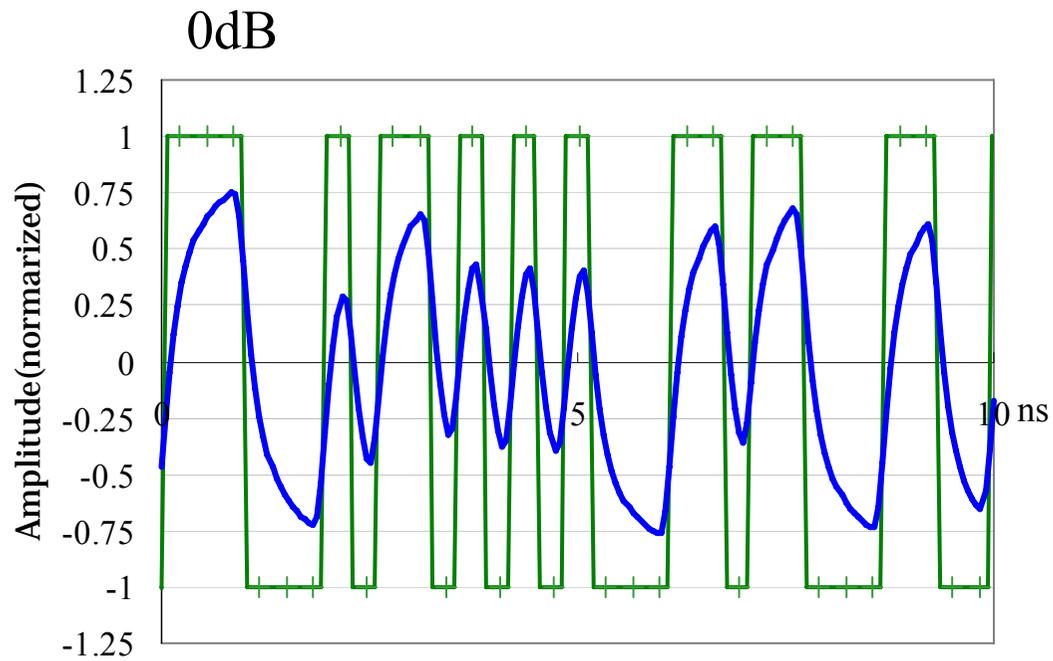


3.125Gbps w/ 8B10B

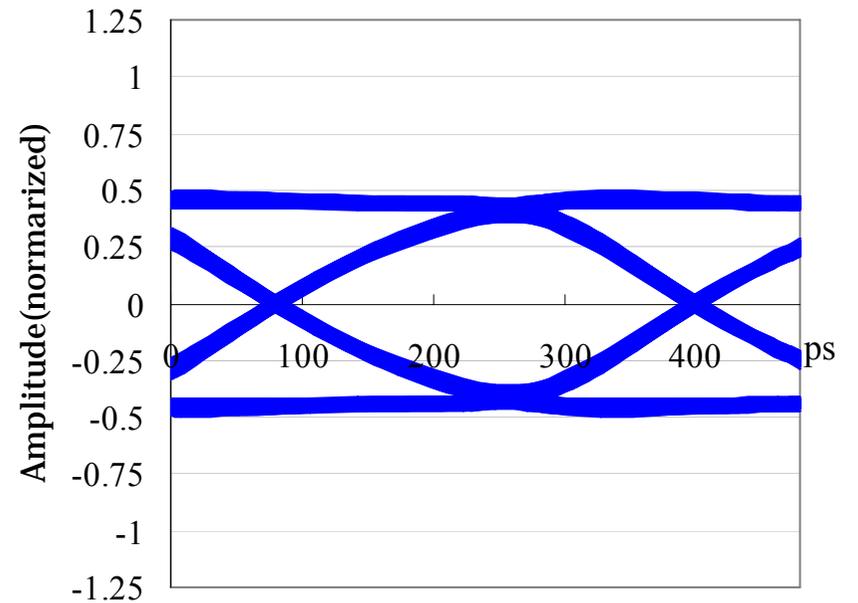


2.5Gbps 孤立波(1/127)  
+ 3.125Gbps w/ 8B10B

$$W/t = 100\mu\text{m}/40\mu\text{m}, \tan\delta = 0.02, l = 50\text{cm}$$

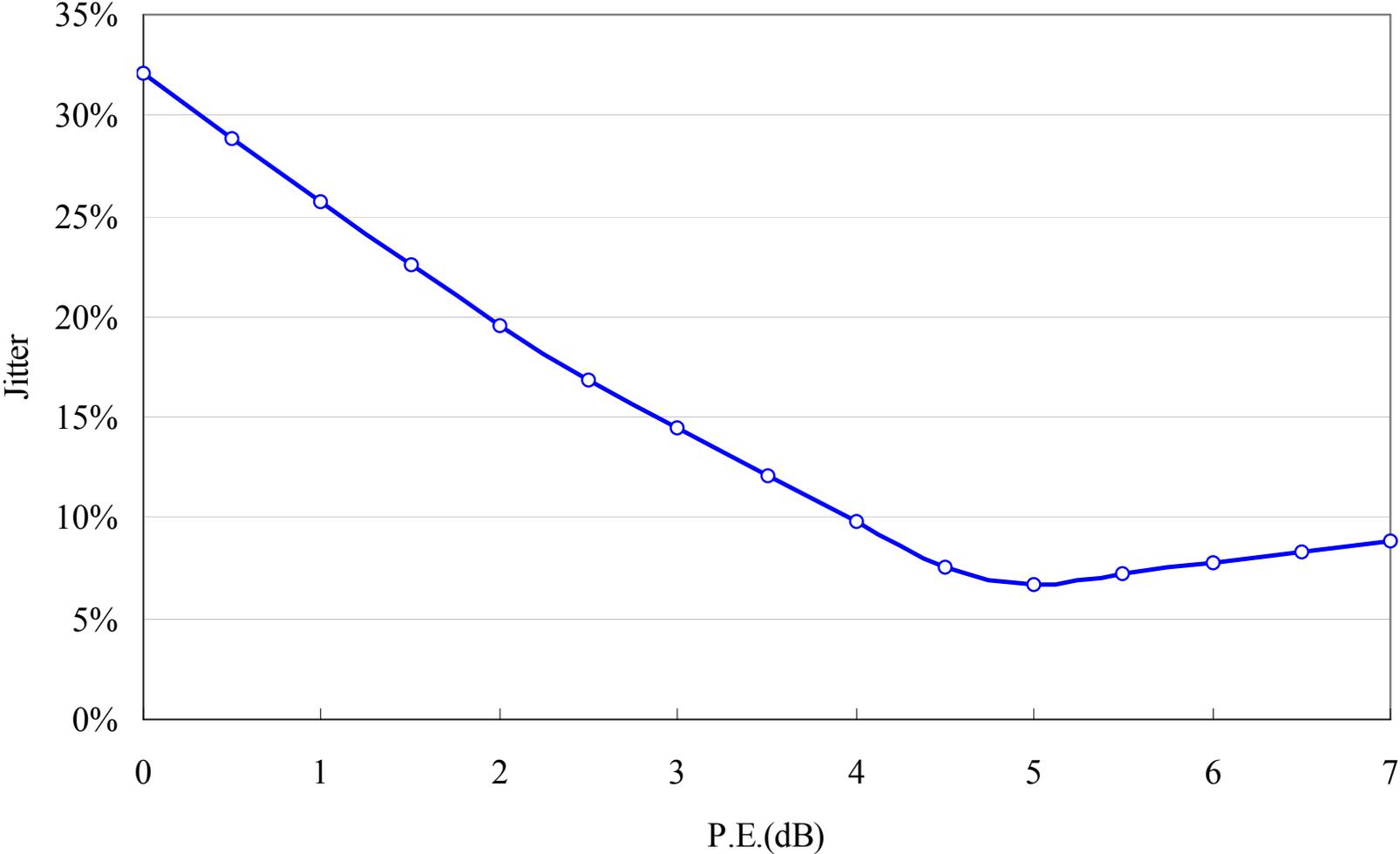


$W = 100\mu\text{m}$ ,  $t = 40\mu\text{m}$ ,  $l = 100\text{ cm}$ ,  $\tan \delta = 0.02$ , 3.125Gbps w/ 8B10B



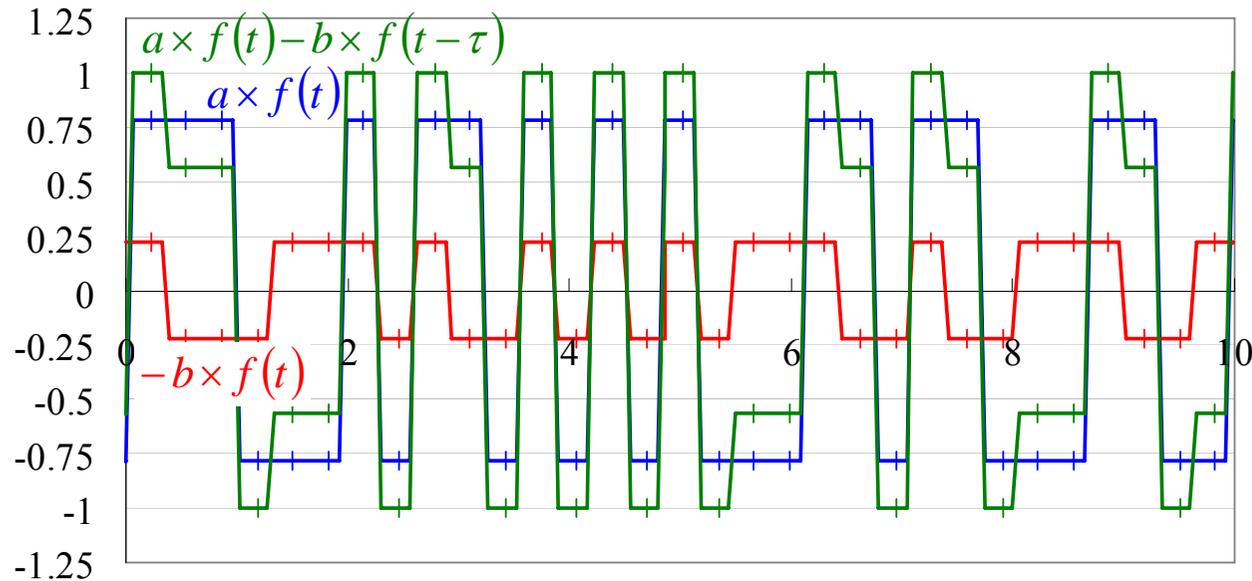
$W = 100\mu\text{m}$ ,  $t = 40\mu\text{m}$ ,  $l = 100\text{ cm}$ ,  $\tan \delta = 0.02$ ,  $3.125\text{ Gbps}$  w/ 8B10B

プリエンファシスの最適値



プリエンファシス

プリエンファシスを式で表す



$$a \times f(t) - b \times f(t - \tau)$$

-5dBのとき

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ \frac{a - b}{a + b} = 2a - 1 = 10^{-\frac{5}{20}} \end{cases}$$

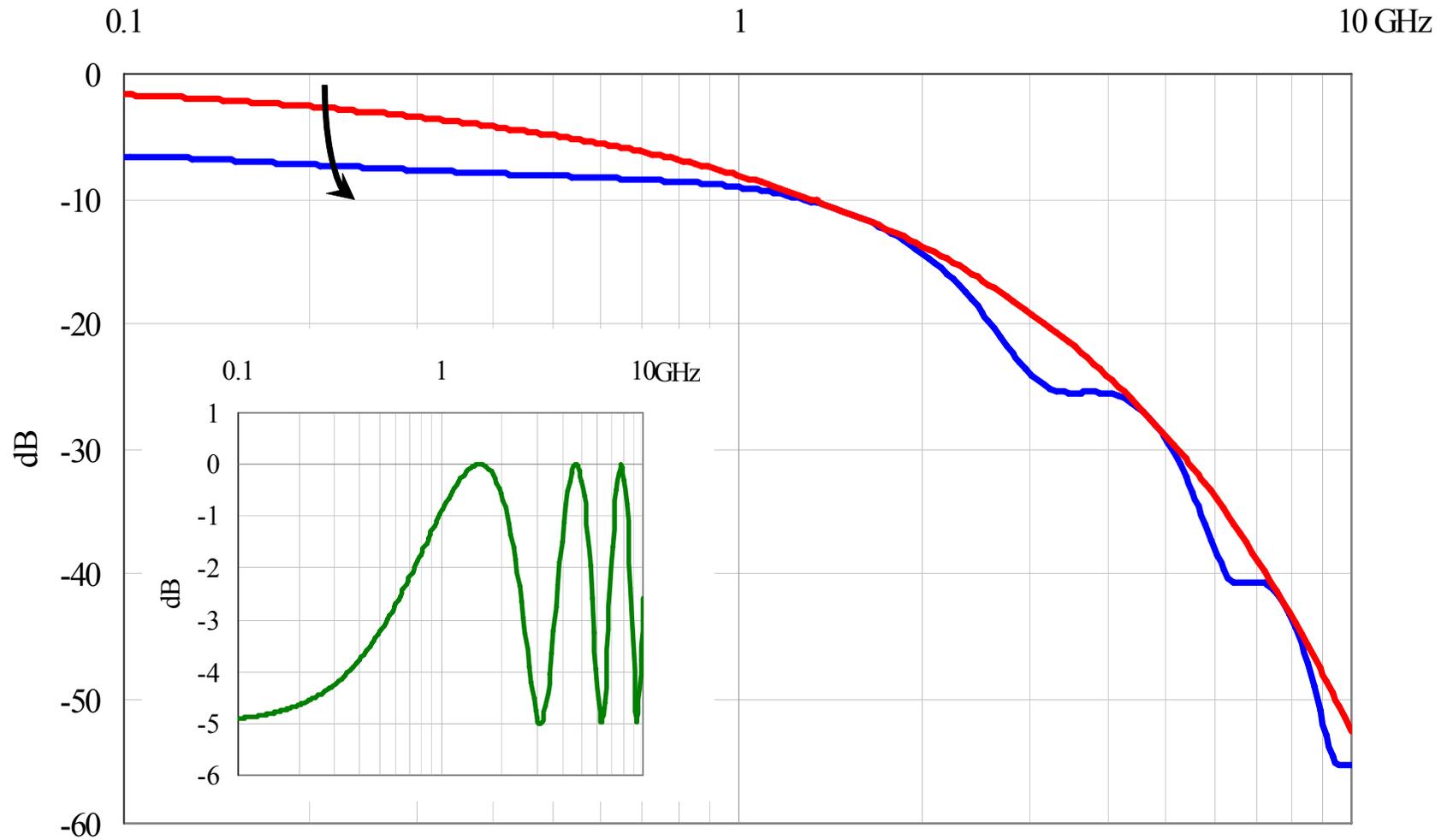
$$a = \frac{10^{-\frac{5}{20}} + 1}{2} = 0.78, b = 0.22$$

$$\begin{aligned} a \times f(t) - b \times f(t - \tau) &\xrightarrow{\mathcal{F}} a \times F(\omega) + (a - 1) \times F(\omega) e^{-j\omega T_w} \\ &= a + (a - 1) e^{-j\omega T_w} = a + (a - 1) (\cos \omega T_w + j \sin \omega T_w) \\ &= a + (a - 1) \cos \omega T_w + j(a - 1) \sin \omega T_w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ABS} &= \sqrt{\{ a + (a - 1) \cos \omega T_w \}^2 + (a - 1)^2 \sin^2 \omega T_w} \\ &= A \times \sqrt{1 + B \cos \omega T_w} \quad A = \sqrt{2a(a - 1) + 1}, \quad B = \frac{2a(a - 1)}{2a(a - 1) + 1} \end{aligned}$$

プリエンファシス

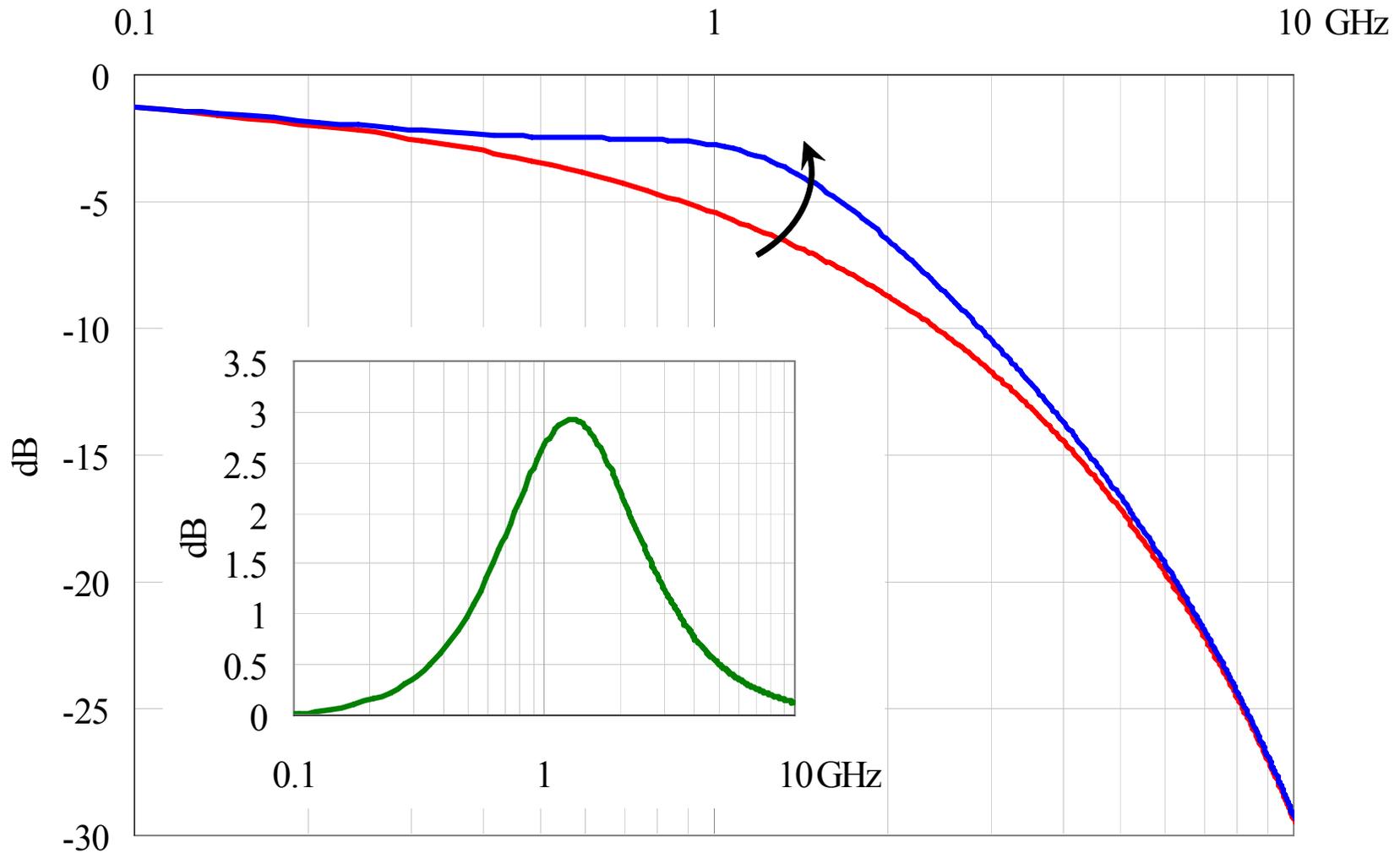
プリエンファシス -5dB適用後の周波数特性



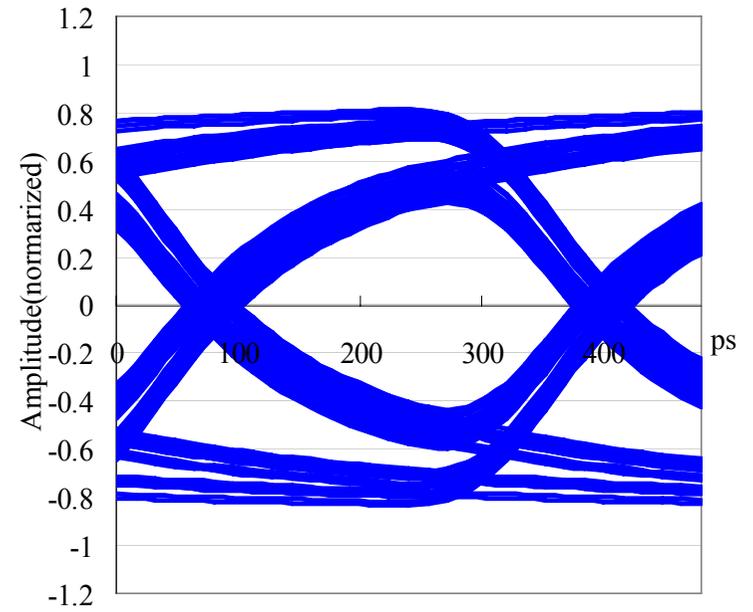
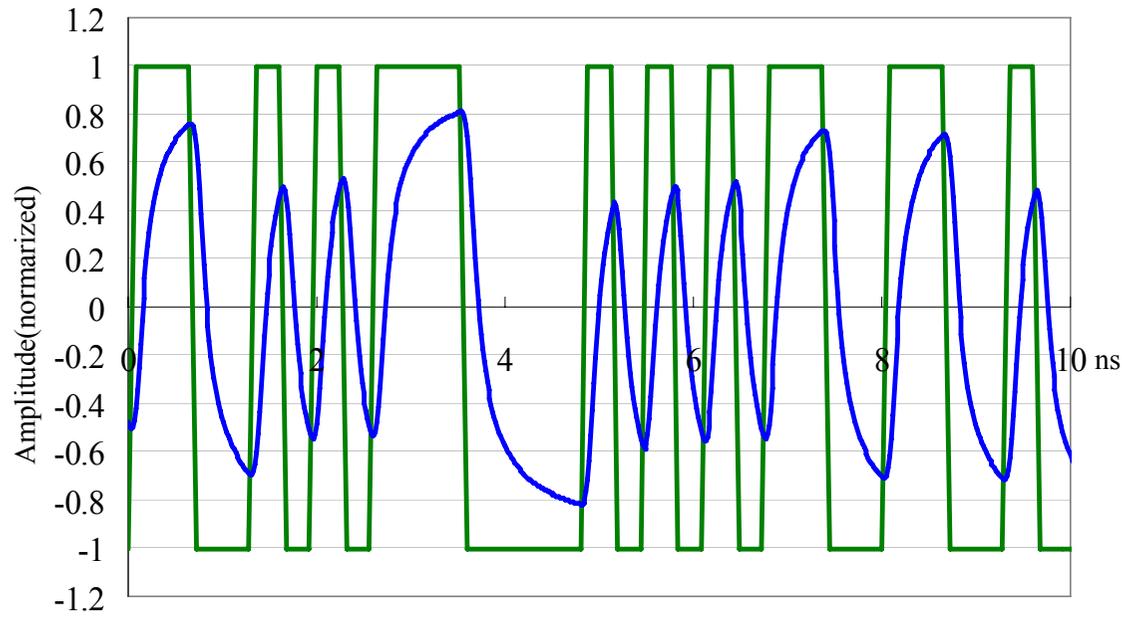
$W = 100\mu\text{m}, t = 40\mu\text{m}, l = 100\text{cm}, \tan \delta = 0.02$

イコライザ

イコライザ(周波数応答)



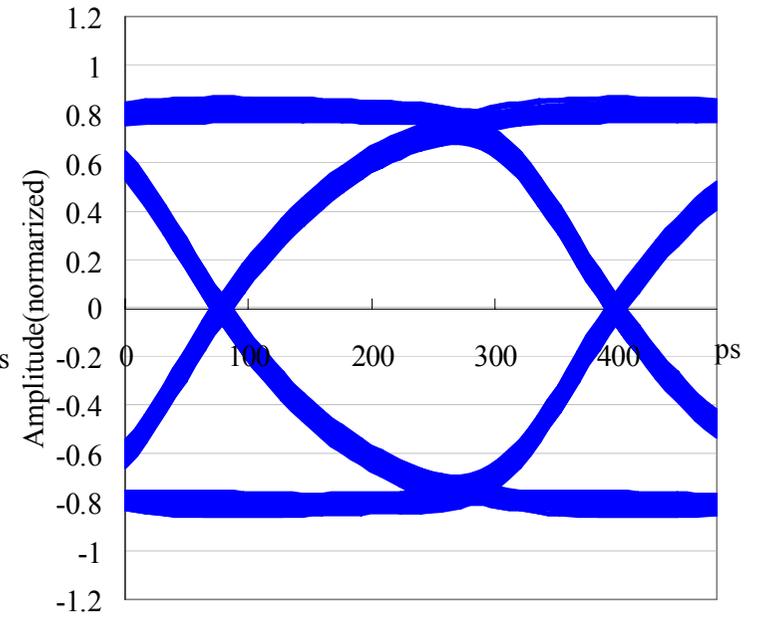
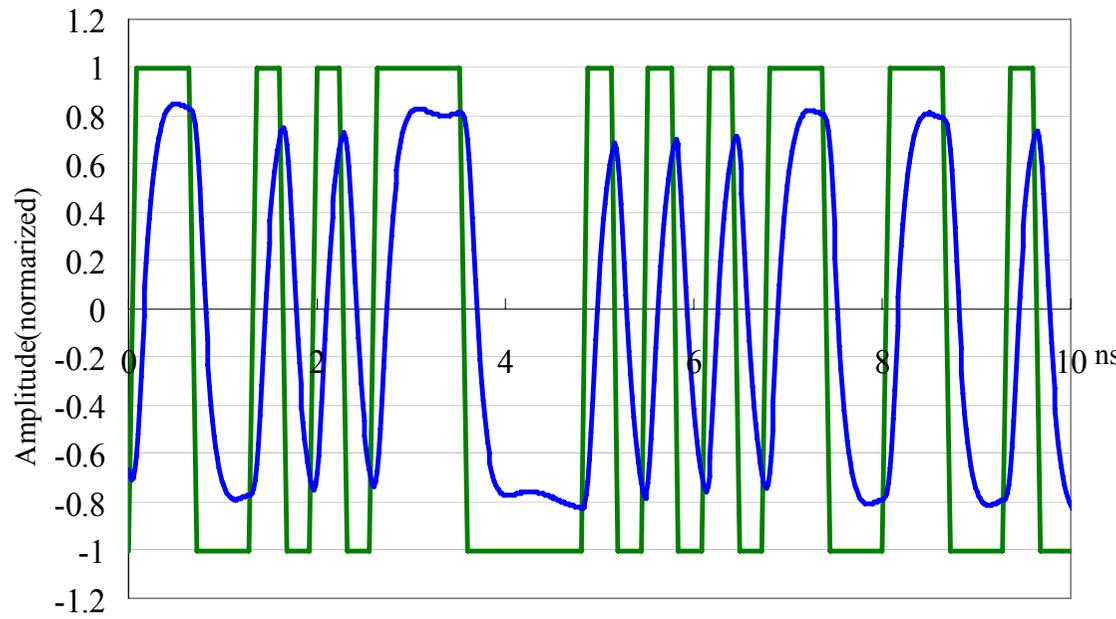
$W = 100\mu\text{m}, t = 40\mu\text{m}, l = 50\text{cm}, \tan \delta = 0.02$



$W = 100\mu\text{m}$ ,  $t = 40\mu\text{m}$ ,  $l = 50\text{cm}$ ,  $\tan \delta = 0.02$ , 3.125Gbps

イコライザ

イコライザあり(3dB@1.25GHz)



$W = 100\mu\text{m}$ ,  $t = 40\mu\text{m}$ ,  $l = 50\text{cm}$ ,  $\tan \delta = 0.02$ , 3.125Gbps

# 差動クロストーク

## 1. 線路損失とその対策

表皮効果と誘電正接による線路損失の特徴

線路損失が波形に及ぼす影響

スタブビアの影響

アイパターンと広いアイを確保する対策技術

## 2. 差動クロストーク

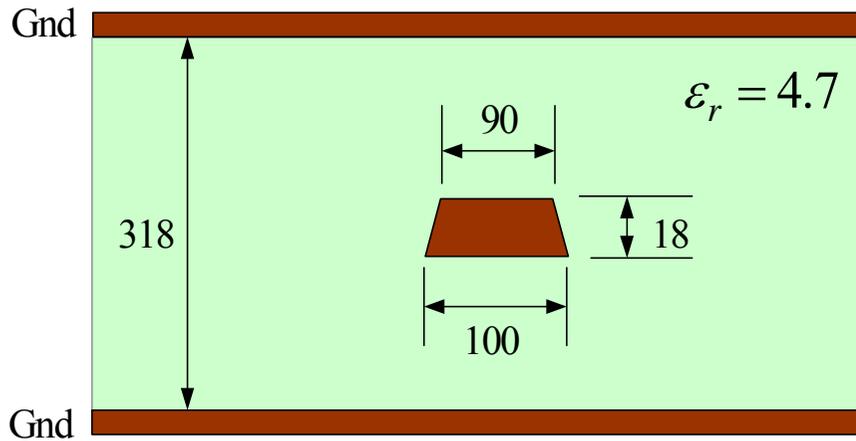
差動インピーダンス

一般信号のクロストークとの違い

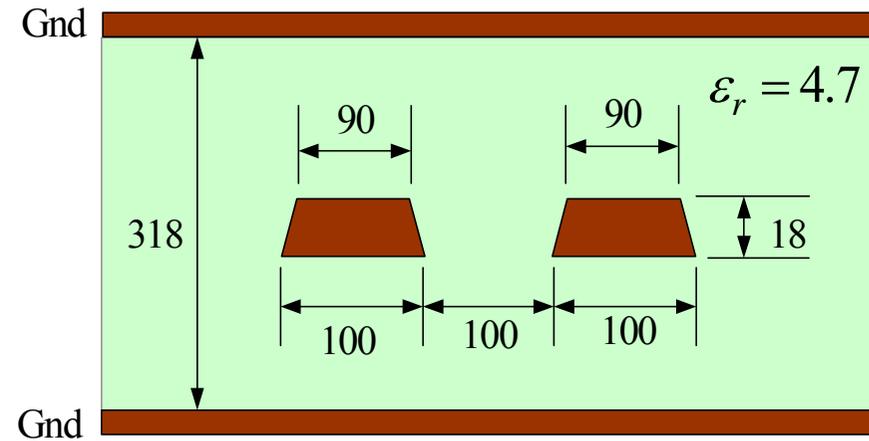
簡易計算

理論計算

差動伝送の特性インピーダンスとは? 50Ω 単独線路から



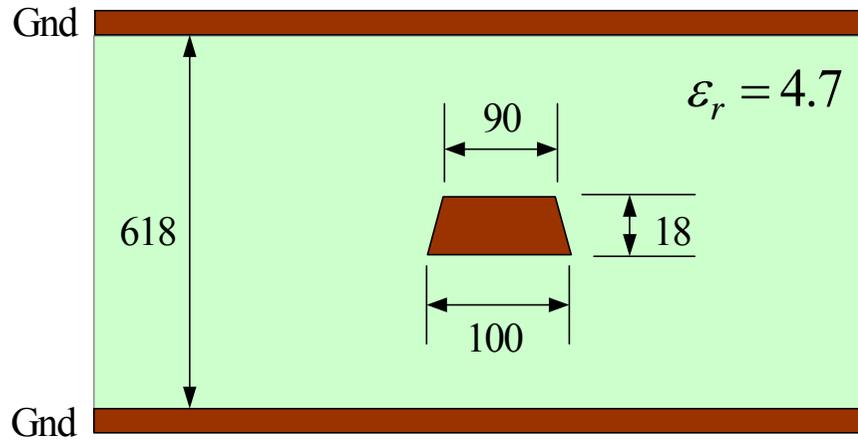
$$Z_0 = 52\Omega$$



$$Z_C = 60\Omega, Z_D = 43\Omega, Z_0 = 51\Omega$$

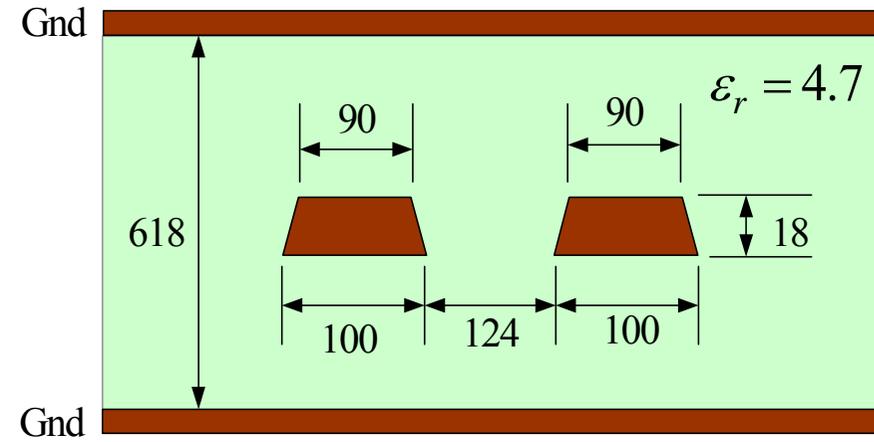
GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/>

差動伝送の特性インピーダンスとは?  $Z_D=50\Omega$



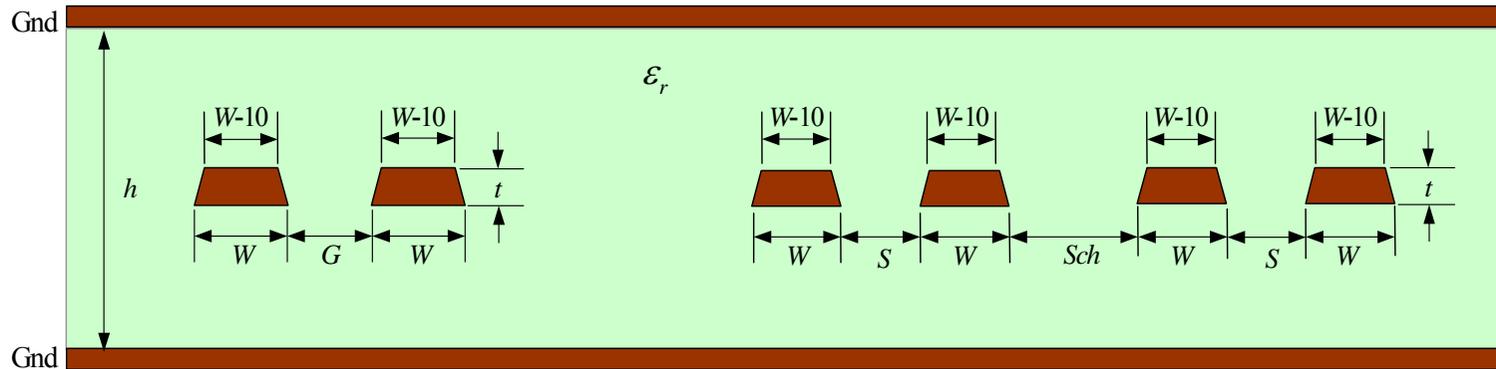
$$Z_0 = 70\Omega$$

$$Z_{diff} = 2 \times Z_D = 100\Omega$$



$$Z_C = 88\Omega, Z_D = 50\Omega, Z_0 = 67\Omega$$

## シングル伝送と差動伝送の層内同居



シングル(不平衡)伝送  $Z_0, \xi$

差動(平衡)伝送  $Z_D, W$

クロストーク係数

$\epsilon_r = 4.7, t = 18\mu\text{m}$

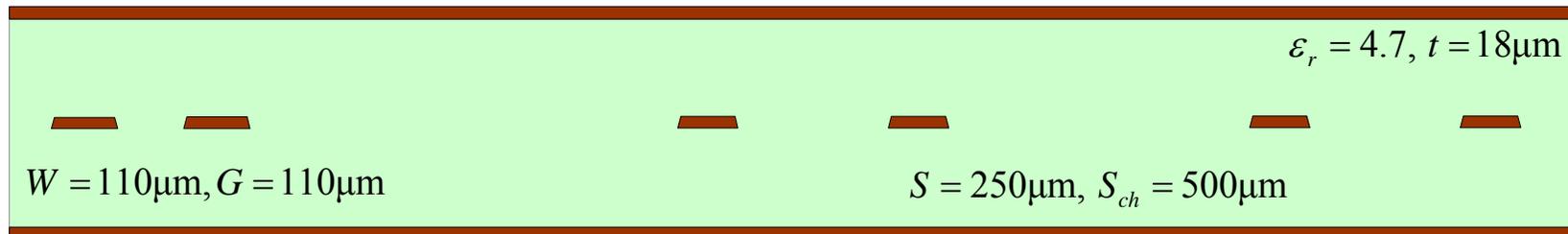
$h$ ( $\mu\text{m}$ )		シングル $Z_0 = 50\Omega, \xi = 0.15$			差動 $Z_D = 50\Omega, W = 100\mu\text{m}$		
		$G$ ( $\mu\text{m}$ )	$W$ ( $\mu\text{m}$ )	面積比 $(W + G)^2$	$S$ ( $\mu\text{m}$ )	$S_{ch}$ ( $\mu\text{m}$ )	面積比 $(2W + S + S_{ch})^2$
シングル重視	318	110	109	1.0	256	511	19.4
差動重視	618	199	235	3.9	125	249	6.8

## シングル伝送と差動伝送の層内同居のときの断面寸法例

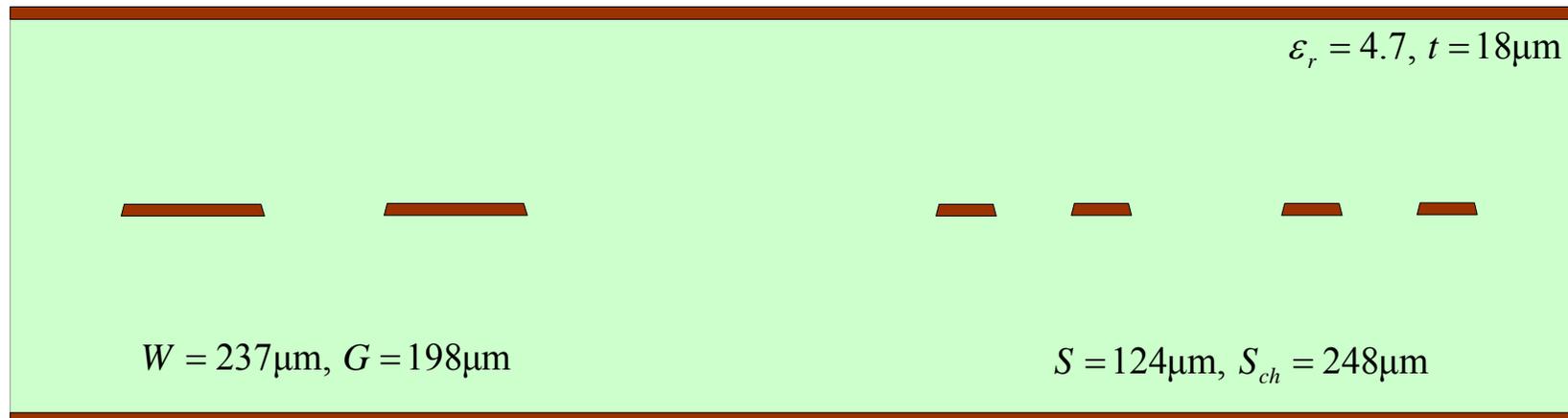
シングル(不平衡)伝送  $Z_0 = 50\Omega$ ,  $\xi = 0.15$

差動(平衡)伝送  $Z_D = 50\Omega$ ,  $W = 100\mu\text{m}$

シングル重視  $h = 318\mu\text{m}$



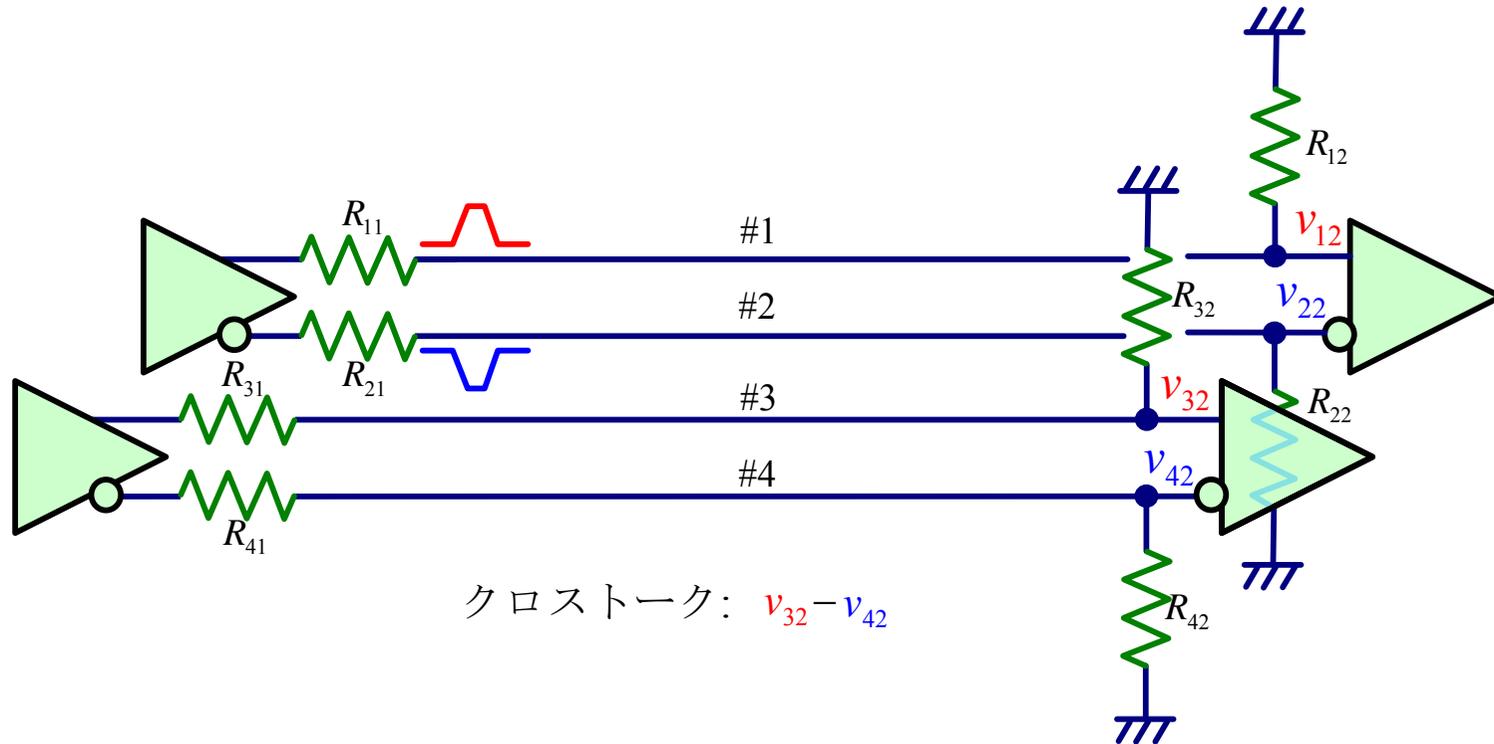
差動重視  $h = 618\mu\text{m}$



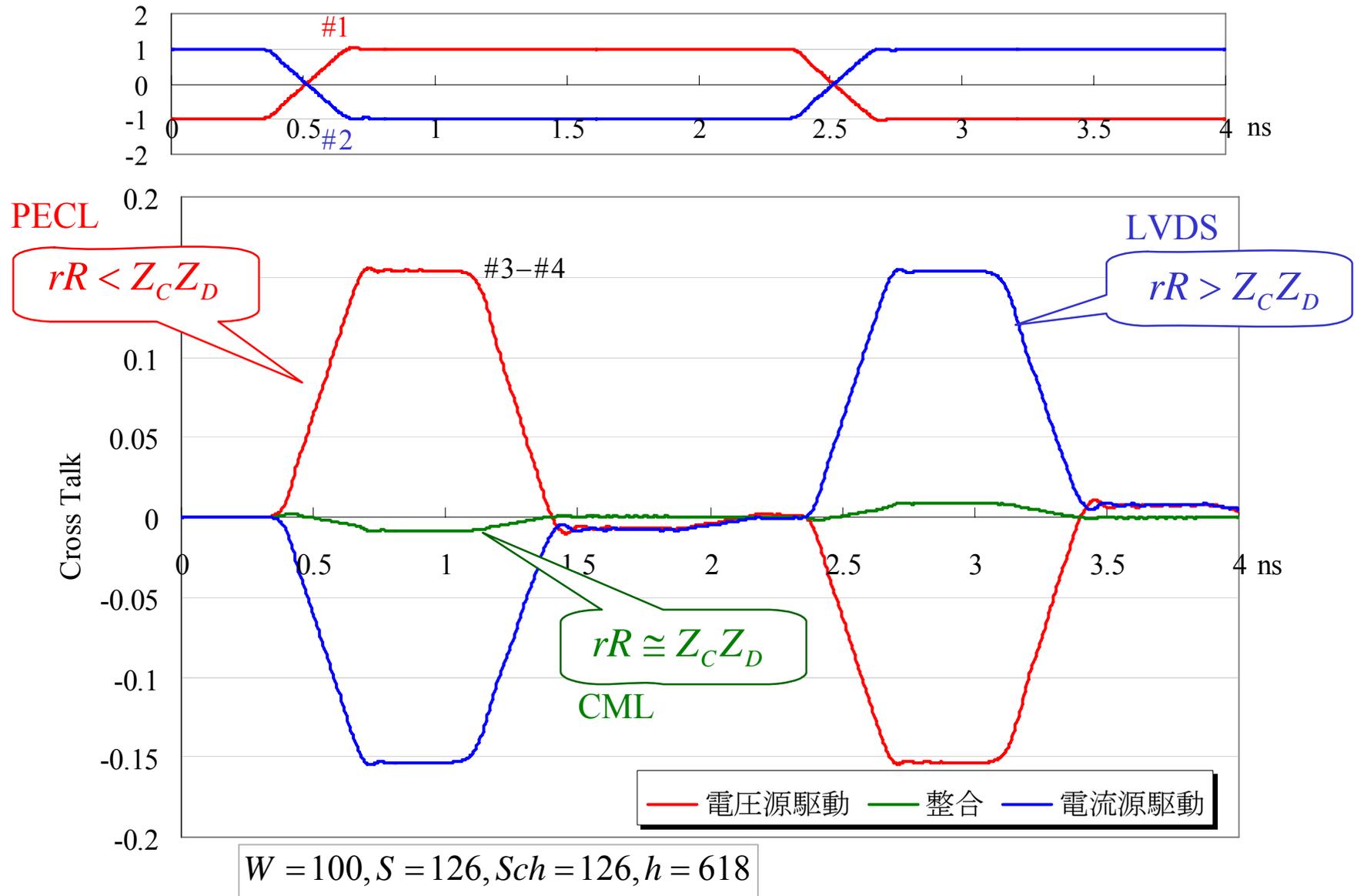
## 差動信号と一般信号とのクロストークの違い

	一般信号のクロストーク	差動信号のクロストーク
クロストークのパルス幅	$2\tau$ $\tau$ : 線路の遅延	$T_W$ : 加害者の信号のパルス幅 $T_W \geq 2\tau$ の場合は一般信号と同じ
収束性	ドライバの駆動能力に依存	単発 ただし $2\tau$ 後に逆相ノイズ
極性	多くはノイズ源と同じ	電圧源ドライバ: 正相 電流源ドライバ: 逆相
クロストークの影響	ノイズマージン $\Delta tpd$	ジッタ (小さくても影響がある)
前提	遠端開放 ある程度広いパルス幅	遠端整合 狭いパルス幅

# 差動伝送のクロストーク

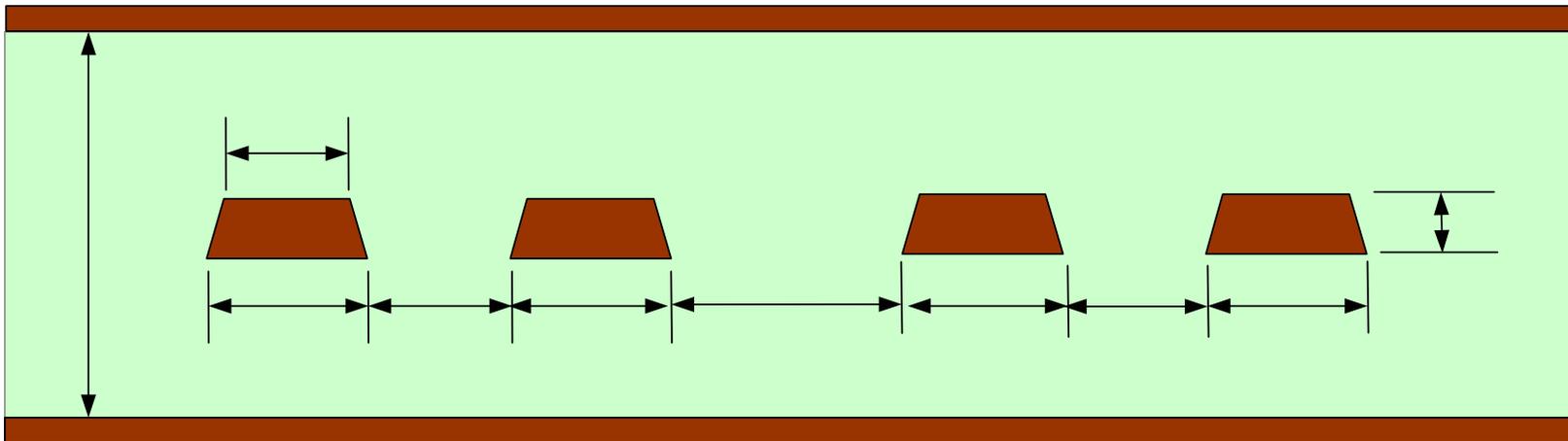


# 駆動方式とクロストーク



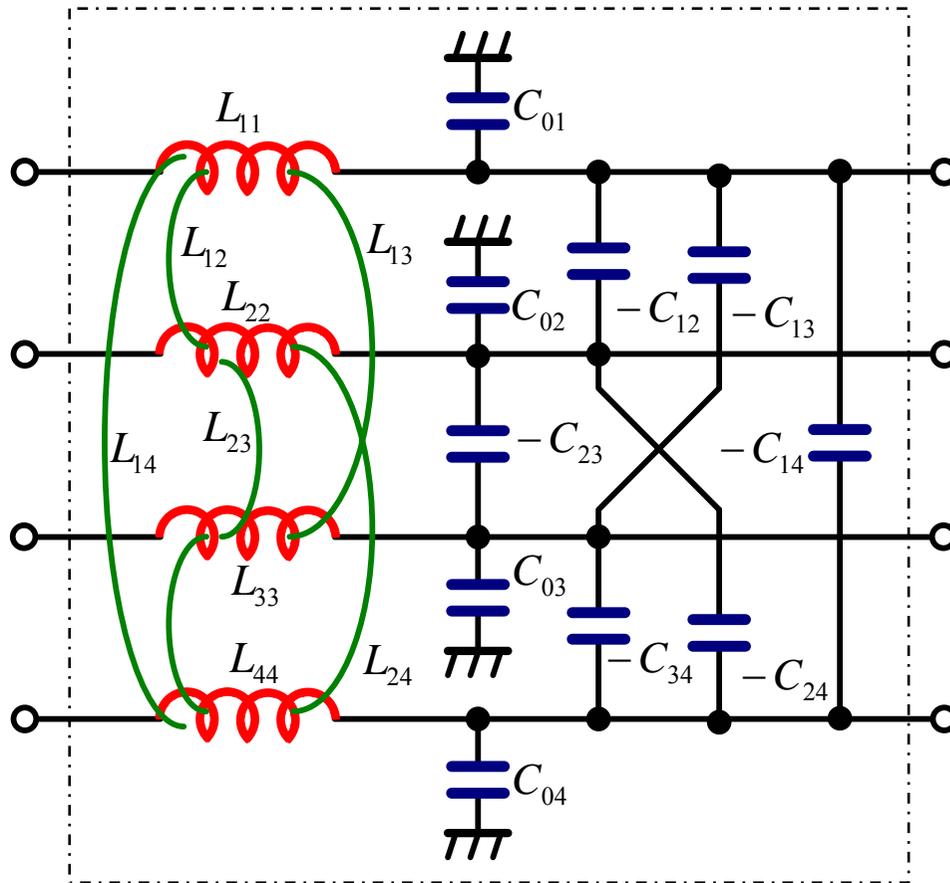
## 断面寸法とLCマトリックス

$$\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{pmatrix}$$



GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/>

## 4本線路のモデル



$$C_{01} = C_{11} + C_{12} + C_{13} + C_{14}$$

$$C_{02} = C_{21} + C_{22} + C_{23} + C_{24}$$

$$C_{03} = C_{31} + C_{32} + C_{33} + C_{34}$$

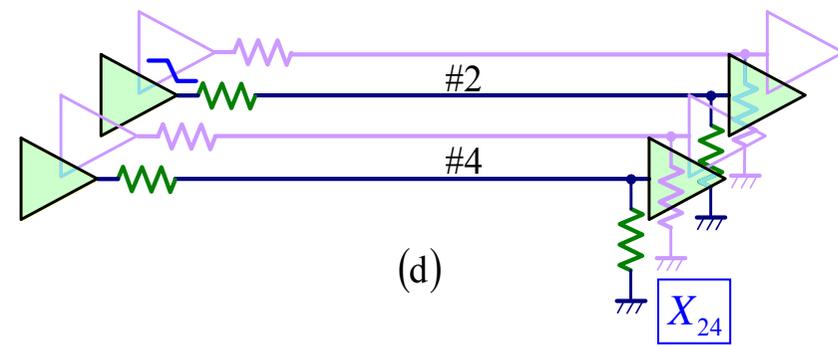
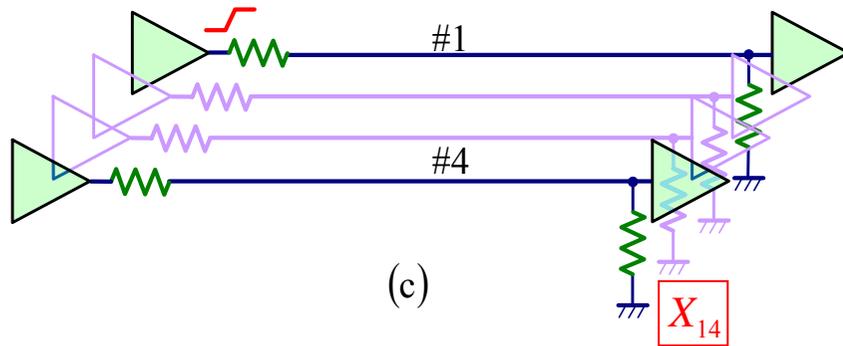
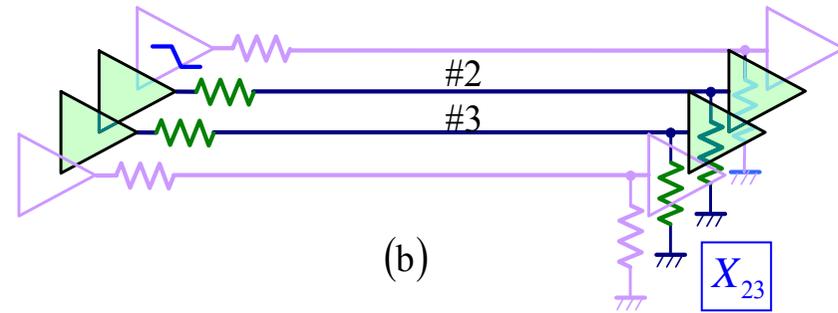
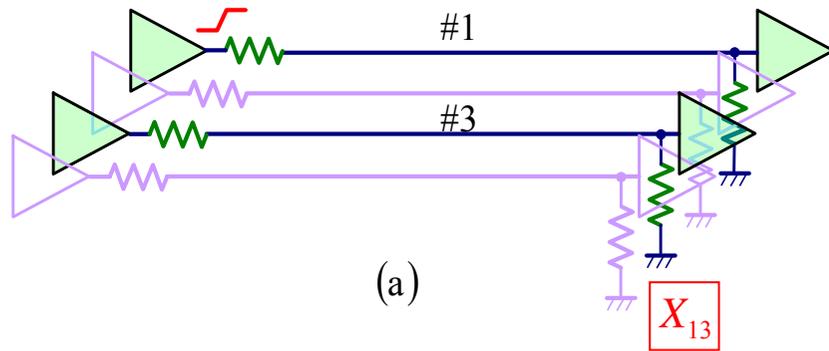
$$C_{04} = C_{41} + C_{42} + C_{43} + C_{44}$$

35ps

例えば1ブロック=5mm

1mなら200ブロック

# 差動クロストークの近似計算



#3へのクロストーク

#4へのクロストーク

$$\text{差動クロストーク} = (X_{13} - X_{23}) - (X_{14} - X_{24})$$

## 4×4マトリックスから2×2を抜き出す

#1 → #3 の場合

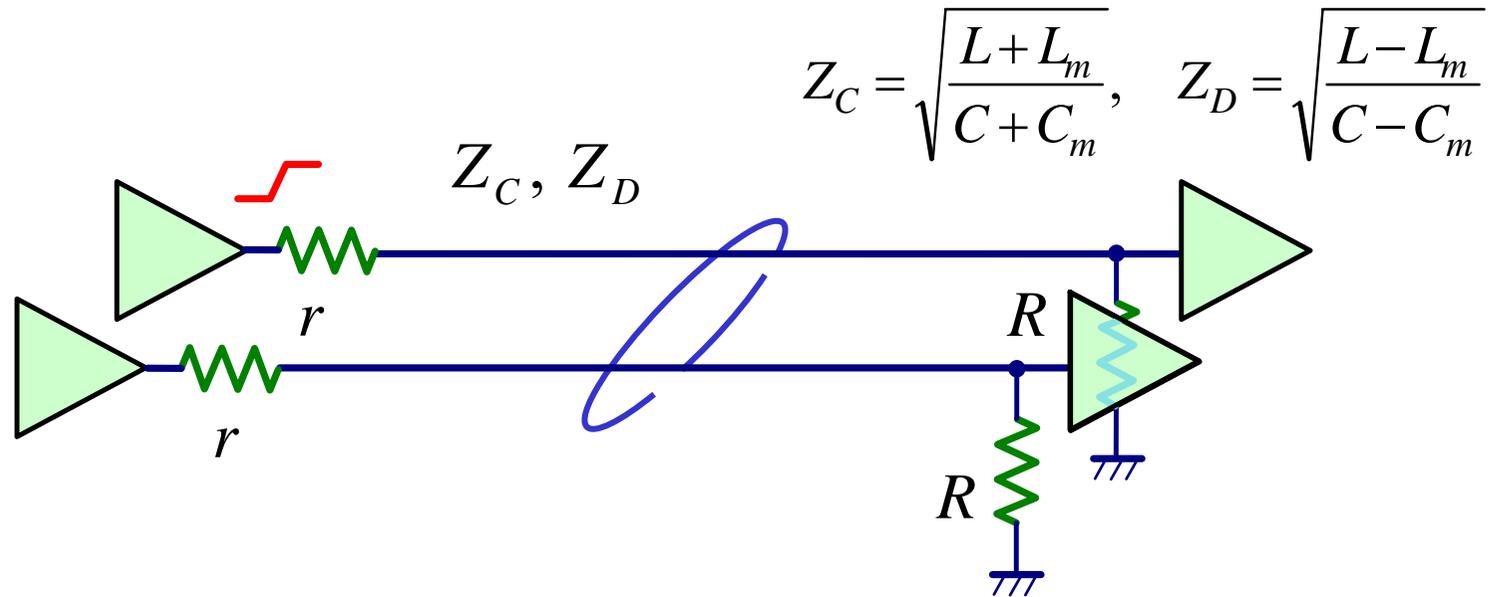
$$\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} L & L_m \\ L_m & L \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{L_{11} + L_{33}}{2} & L_{13} \\ L_{31} & \frac{L_{11} + L_{33}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} C & C_m \\ C_m & C \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{C_{11} + C_{33}}{2} & C_{13} \\ C_{31} & \frac{C_{11} + C_{33}}{2} \end{pmatrix}$$

$$L_{11} = 4.998 \times 10^{-7}, \quad L_{33} = 4.951 \times 10^{-7} \rightarrow L = 4.975 \times 10^{-7}$$

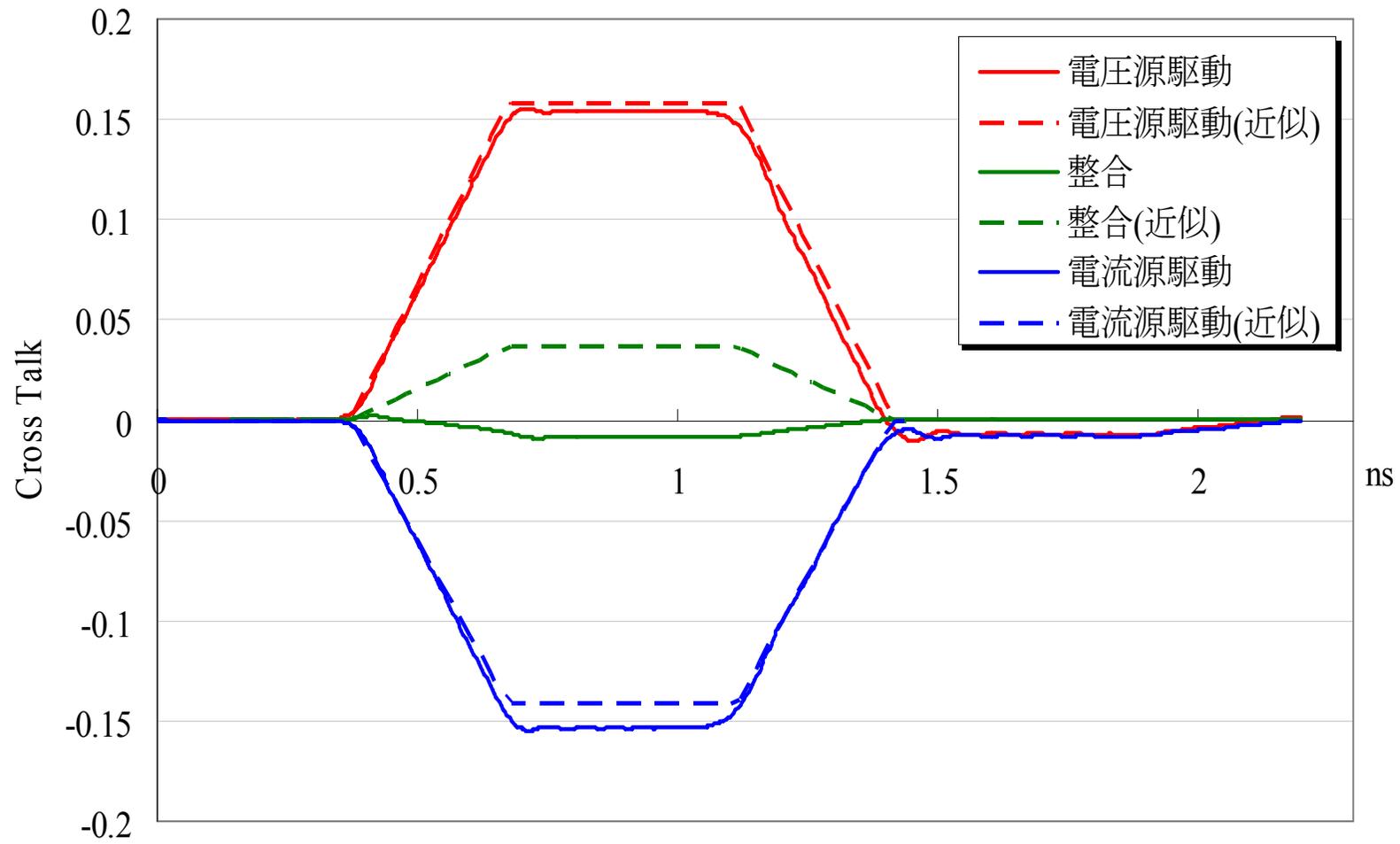
$$C_{11} = 1.131 \times 10^{-10}, \quad C_{33} = 1.223 \times 10^{-10} \rightarrow C = 1.177 \times 10^{-10}$$

## 不平衡伝送のクロストーク



遠端におけるクロストーク = 
$$\frac{R(Z_C - Z_D)(rR - Z_C Z_D)}{(r + Z_C)(R + Z_C)(r + Z_D)(R + Z_D)}$$

## 差動伝送クロストークの近似計算との比較(中間層)



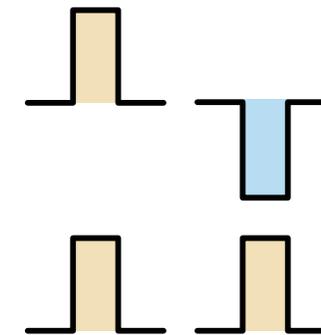
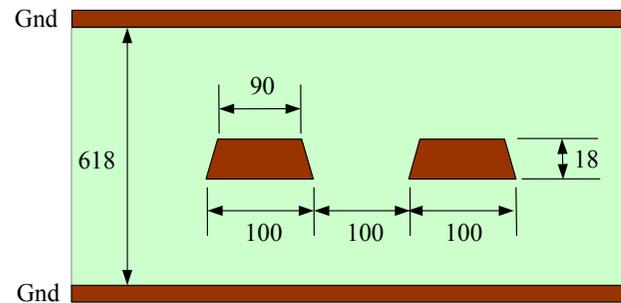
$W = 100, S = 126, Sch = 126, h = 618$  ストリップ線路

## 2本線路の線路パラメータ

断面寸法からパラメータを得る. GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/>

	$m \backslash n$	モード1	モード2
	伝搬モード $a_{mn}$	Line1	$a_{11}$
	Line2	$a_{21}$	$a_{22}$
特性インピーダンス $Z_n(\Omega)$		$Z_1$	$Z_2$
遅延時間 $td_n$ (ns/m)		$td_1$	$td_2$

モード1	モード2
0.707	-0.707
0.707	0.707
91.0	46.8
7.23	7.23



Common Differential

## 反射の方程式 1本線路と2本線路

1本線路の場合, モードは1つ

$$\begin{array}{ccc}
 V(x, s) = A_1 e^{-\frac{x}{u}s} + A_2 e^{\frac{x}{u}s} & & V(x, \omega) = A_1 e^{-j\omega \frac{x}{u}} + A_2 e^{j\omega \frac{x}{u}} \\
 I(x, s) = \frac{A_1}{Z_0} e^{-\frac{x}{u}s} - \frac{A_2}{Z_0} e^{\frac{x}{u}s} & \xrightarrow{s \rightarrow j\omega} & I(x, \omega) = \frac{A_1}{Z_0} e^{-j\omega \frac{x}{u}} - \frac{A_2}{Z_0} e^{j\omega \frac{x}{u}} \\
 & \text{ラプラス変換} \rightarrow \text{フーリエ変換} & 
 \end{array}$$

2本線路の場合, モードは2つ  $a_{11} = a_{12} = a_{21} = -a_{22}$   $u_1 \rightarrow u_C, u_2 \rightarrow u_D, Z_1 \rightarrow Z_C, Z_2 \rightarrow Z_D$

$$\begin{aligned}
 V_1(x, \omega) &= A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_C}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_C}} + A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_D}} + A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_D}} \\
 V_2(x, \omega) &= A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_C}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_C}} - A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_D}} - A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_D}} \\
 I_1(x, \omega) &= \frac{1}{Z_C} (A_{11} e^{-j\omega u_C x} - A_{12} e^{j\omega u_C x}) + \frac{1}{Z_D} (A_{21} e^{-j\omega u_D x} - A_{22} e^{j\omega u_D x}) \\
 I_2(x, \omega) &= \frac{1}{Z_C} (A_{11} e^{-j\omega u_C x} - A_{12} e^{j\omega u_C x}) - \frac{1}{Z_D} (A_{21} e^{-j\omega u_D x} - A_{22} e^{j\omega u_D x})
 \end{aligned}$$

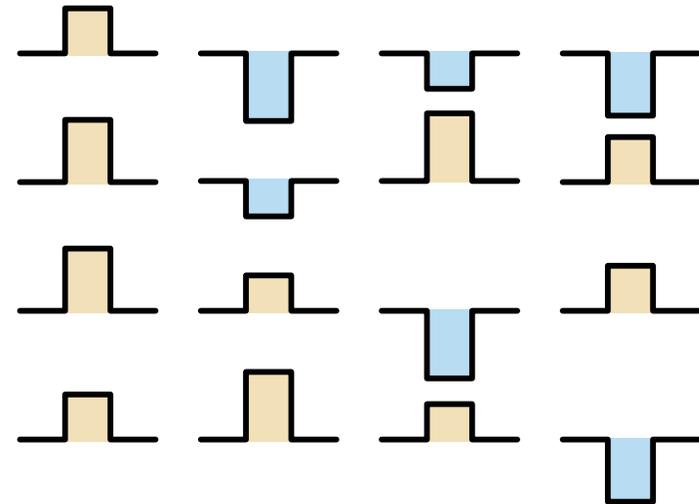
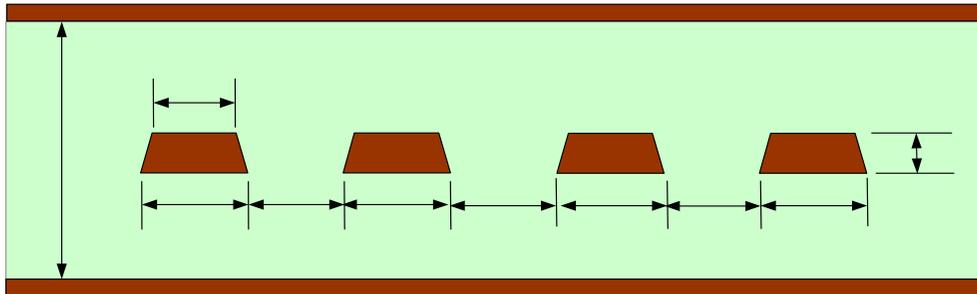
## 4本線路の線路パラメータ

断面寸法からパラメータを得る. GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/>

	$n$	モード1	モード2	モード3	モード4
	$m$				
伝搬モード $a_{mn}$	Line1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
	Line2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
	Line3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{34}$
	Line4	$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	$a_{44}$
特性インピーダンス $Z_n(\Omega)$		$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$
遅延時間 $td_n$ (ns/m)		$td_1$	$td_2$	$td_3$	$td_4$

$$u_n = \frac{1}{td_n}$$

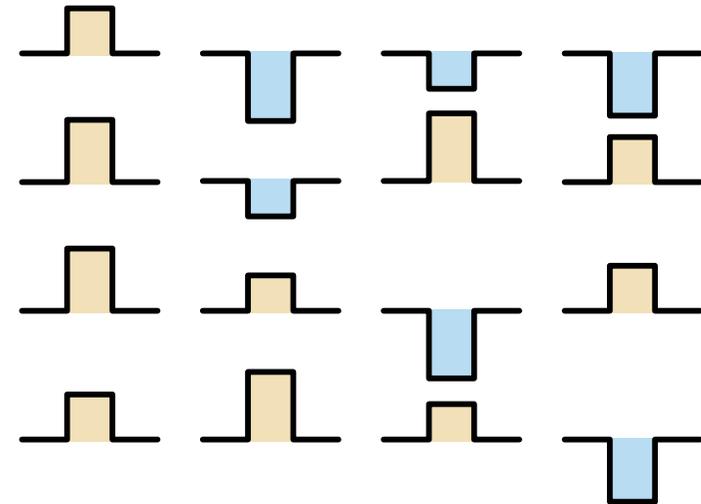
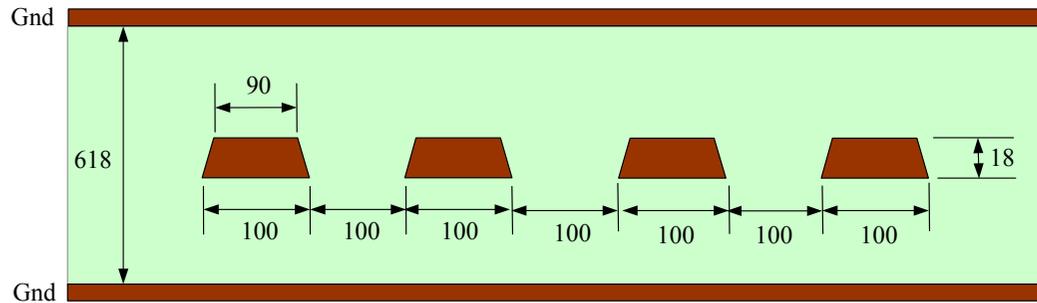
$$\tau_n = \frac{l}{u_n} = td_n \times l$$



## 4本線路の線路パラメータ 解析例

断面寸法からパラメータを得る. GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/>

	$n \backslash m$	モード1	モード2	モード3	モード4
	伝搬モード $a_{mn}$	Line1	0.419	-0.626	-0.330
Line2		0.570	-0.330	0.626	0.419
Line3		0.570	0.330	-0.626	0.419
Line4		0.419	0.626	0.330	-0.570
特性インピーダンス $Z_n(\Omega)$		105.5	73.4	43.3	52.8
遅延時間 $td_n$ (ns/m)		7.23	7.23	7.23	7.23



## 4本結合線路の方程式

$a_{mn}, Z_m, u_m = \frac{1}{td_m}$ : 線路 $m$ , モード $n$

$$V_1(x, \omega) = a_{11} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + a_{12} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} + A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + a_{13} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} + A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + a_{14} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} + A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$V_2(x, \omega) = a_{21} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + a_{22} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} + A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + a_{23} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} + A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + a_{24} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} + A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$V_3(x, \omega) = a_{31} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + a_{32} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} + A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + a_{33} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} + A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + a_{34} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} + A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$V_4(x, \omega) = a_{41} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} + A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + a_{42} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} + A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + a_{43} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} + A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + a_{44} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} + A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

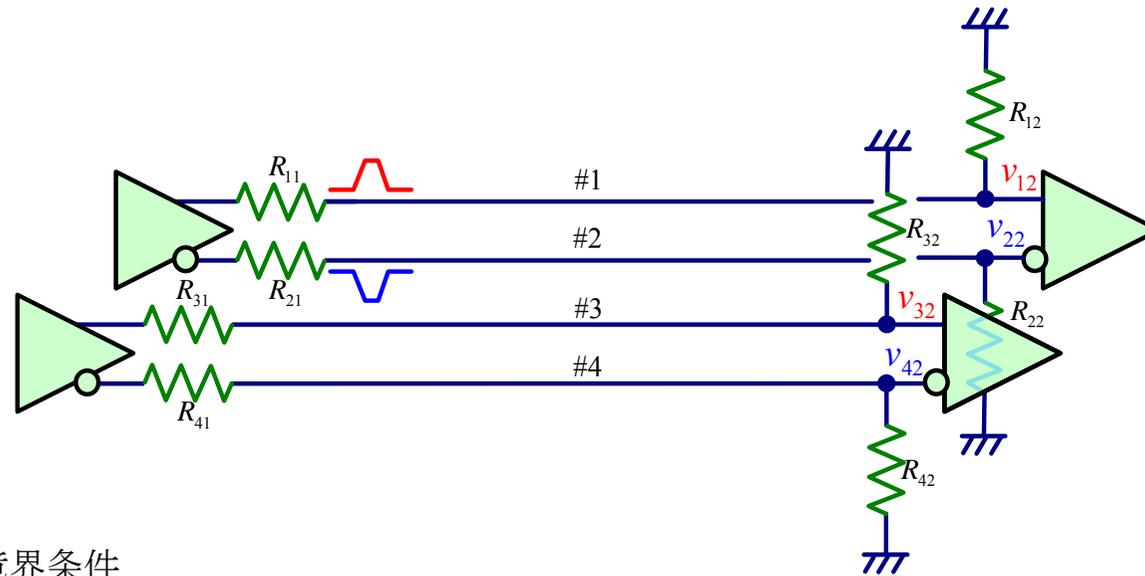
$$I_1(x, \omega) = \frac{a_{11}}{Z_1} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} - A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + \frac{a_{12}}{Z_2} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} - A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + \frac{a_{13}}{Z_3} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} - A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + \frac{a_{14}}{Z_4} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} - A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$I_2(x, \omega) = \frac{a_{21}}{Z_1} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} - A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + \frac{a_{22}}{Z_2} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} - A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + \frac{a_{23}}{Z_3} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} - A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + \frac{a_{24}}{Z_4} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} - A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$I_3(x, \omega) = \frac{a_{31}}{Z_1} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} - A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + \frac{a_{32}}{Z_2} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} - A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + \frac{a_{33}}{Z_3} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} - A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + \frac{a_{34}}{Z_4} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} - A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

$$I_4(x, \omega) = \frac{a_{41}}{Z_1} \left( A_{11} e^{-j\omega \frac{x}{u_1}} - A_{12} e^{j\omega \frac{x}{u_1}} \right) + \frac{a_{42}}{Z_2} \left( A_{21} e^{-j\omega \frac{x}{u_2}} - A_{22} e^{j\omega \frac{x}{u_2}} \right) + \frac{a_{43}}{Z_3} \left( A_{31} e^{-j\omega \frac{x}{u_3}} - A_{32} e^{j\omega \frac{x}{u_3}} \right) + \frac{a_{44}}{Z_4} \left( A_{41} e^{-j\omega \frac{x}{u_4}} - A_{42} e^{j\omega \frac{x}{u_4}} \right)$$

## 边界条件



边界条件

$$V_1(0, \omega) + R_{11}I_1(0, \omega) = V_0$$

$$V_2(0, \omega) + R_{21}I_2(0, \omega) = -V_0$$

$$V_3(0, \omega) + R_{31}I_3(0, \omega) = 0$$

$$V_4(0, \omega) + R_{41}I_4(0, \omega) = 0$$

$$V_1(l, \omega) - R_{12}I_1(l, \omega) = 0$$

$$V_2(l, \omega) - R_{22}I_2(l, \omega) = 0$$

$$V_3(l, \omega) - R_{32}I_3(l, \omega) = 0$$

$$V_4(l, \omega) - R_{42}I_4(l, \omega) = 0$$

## 係数方程式

$$\begin{pmatrix}
 a_{11}\left(1+\frac{R_{11}}{Z_1}\right) & a_{11}\left(1-\frac{R_{11}}{Z_1}\right) & a_{12}\left(1+\frac{R_{11}}{Z_2}\right) & a_{12}\left(1-\frac{R_{11}}{Z_2}\right) & a_{13}\left(1+\frac{R_{11}}{Z_3}\right) & a_{13}\left(1-\frac{R_{11}}{Z_3}\right) & a_{14}\left(1+\frac{R_{11}}{Z_4}\right) & a_{14}\left(1-\frac{R_{11}}{Z_4}\right) \\
 a_{21}\left(1+\frac{R_{21}}{Z_1}\right) & a_{21}\left(1-\frac{R_{21}}{Z_1}\right) & a_{22}\left(1+\frac{R_{21}}{Z_2}\right) & a_{22}\left(1-\frac{R_{21}}{Z_2}\right) & a_{23}\left(1+\frac{R_{21}}{Z_3}\right) & a_{23}\left(1-\frac{R_{21}}{Z_3}\right) & a_{24}\left(1+\frac{R_{21}}{Z_4}\right) & a_{24}\left(1-\frac{R_{21}}{Z_4}\right) \\
 a_{31}\left(1+\frac{R_{31}}{Z_1}\right) & a_{31}\left(1-\frac{R_{31}}{Z_1}\right) & a_{32}\left(1+\frac{R_{31}}{Z_2}\right) & a_{32}\left(1-\frac{R_{31}}{Z_2}\right) & a_{33}\left(1+\frac{R_{31}}{Z_3}\right) & a_{33}\left(1-\frac{R_{31}}{Z_3}\right) & a_{34}\left(1+\frac{R_{31}}{Z_4}\right) & a_{34}\left(1-\frac{R_{31}}{Z_4}\right) \\
 a_{41}\left(1+\frac{R_{41}}{Z_1}\right) & a_{41}\left(1-\frac{R_{41}}{Z_1}\right) & a_{42}\left(1+\frac{R_{41}}{Z_2}\right) & a_{42}\left(1-\frac{R_{41}}{Z_2}\right) & a_{43}\left(1+\frac{R_{41}}{Z_3}\right) & a_{43}\left(1-\frac{R_{41}}{Z_3}\right) & a_{44}\left(1+\frac{R_{41}}{Z_4}\right) & a_{44}\left(1-\frac{R_{41}}{Z_4}\right) \\
 a_{11}\left(1-\frac{R_{12}}{Z_1}\right)e^{-j\omega\tau_1} & a_{11}\left(1+\frac{R_{12}}{Z_1}\right)e^{j\omega\tau_1} & a_{12}\left(1-\frac{R_{12}}{Z_2}\right)e^{-j\omega\tau_2} & a_{12}\left(1+\frac{R_{12}}{Z_2}\right)e^{j\omega\tau_2} & a_{13}\left(1-\frac{R_{12}}{Z_3}\right)e^{-j\omega\tau_3} & a_{13}\left(1+\frac{R_{12}}{Z_3}\right)e^{j\omega\tau_3} & a_{14}\left(1-\frac{R_{12}}{Z_4}\right)e^{-j\omega\tau_4} & a_{14}\left(1+\frac{R_{12}}{Z_4}\right)e^{j\omega\tau_4} \\
 a_{21}\left(1-\frac{R_{22}}{Z_1}\right)e^{-j\omega\tau_1} & a_{21}\left(1+\frac{R_{22}}{Z_1}\right)e^{j\omega\tau_1} & a_{22}\left(1-\frac{R_{22}}{Z_2}\right)e^{-j\omega\tau_2} & a_{22}\left(1+\frac{R_{22}}{Z_2}\right)e^{j\omega\tau_2} & a_{23}\left(1-\frac{R_{22}}{Z_3}\right)e^{-j\omega\tau_3} & a_{23}\left(1+\frac{R_{22}}{Z_3}\right)e^{j\omega\tau_3} & a_{24}\left(1-\frac{R_{22}}{Z_4}\right)e^{-j\omega\tau_4} & a_{24}\left(1+\frac{R_{22}}{Z_4}\right)e^{j\omega\tau_4} \\
 a_{31}\left(1-\frac{R_{32}}{Z_1}\right)e^{-j\omega\tau_1} & a_{31}\left(1+\frac{R_{32}}{Z_1}\right)e^{j\omega\tau_1} & a_{32}\left(1-\frac{R_{32}}{Z_2}\right)e^{-j\omega\tau_2} & a_{32}\left(1+\frac{R_{32}}{Z_2}\right)e^{j\omega\tau_2} & a_{33}\left(1-\frac{R_{32}}{Z_3}\right)e^{-j\omega\tau_3} & a_{33}\left(1+\frac{R_{32}}{Z_3}\right)e^{j\omega\tau_3} & a_{34}\left(1-\frac{R_{32}}{Z_4}\right)e^{-j\omega\tau_4} & a_{34}\left(1+\frac{R_{32}}{Z_4}\right)e^{j\omega\tau_4} \\
 a_{41}\left(1-\frac{R_{42}}{Z_1}\right)e^{-j\omega\tau_1} & a_{41}\left(1+\frac{R_{42}}{Z_1}\right)e^{j\omega\tau_1} & a_{42}\left(1-\frac{R_{42}}{Z_2}\right)e^{-j\omega\tau_2} & a_{42}\left(1+\frac{R_{42}}{Z_2}\right)e^{j\omega\tau_2} & a_{43}\left(1-\frac{R_{42}}{Z_3}\right)e^{-j\omega\tau_3} & a_{43}\left(1+\frac{R_{42}}{Z_3}\right)e^{j\omega\tau_3} & a_{44}\left(1-\frac{R_{42}}{Z_4}\right)e^{-j\omega\tau_4} & a_{44}\left(1+\frac{R_{42}}{Z_4}\right)e^{j\omega\tau_4}
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 A_{11} \\
 A_{12} \\
 A_{21} \\
 A_{22} \\
 A_{31} \\
 A_{32} \\
 A_{41} \\
 A_{42}
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 V_0 \\
 -V_0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{pmatrix}$$

8元の連立方程式を解いて、フーリエ逆変換することにより時間応答を得る

GreenExpress V2 : <http://www.windward.co.jp/> と連携

碓井HP : <http://home.wondernet.ne.jp/~usuiy/> → 解析ツール

# 解析例1

パルス幅 ≧ 線路の往復分で全体を理解

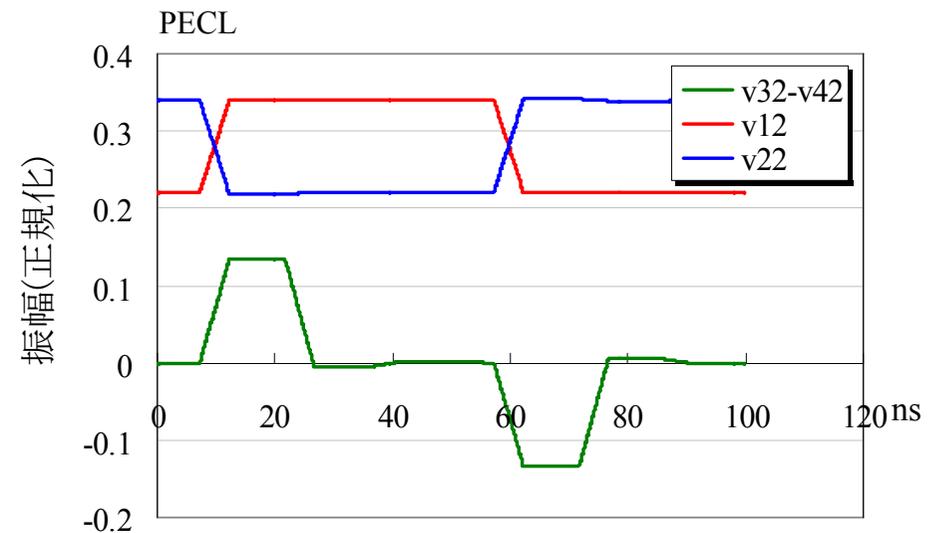
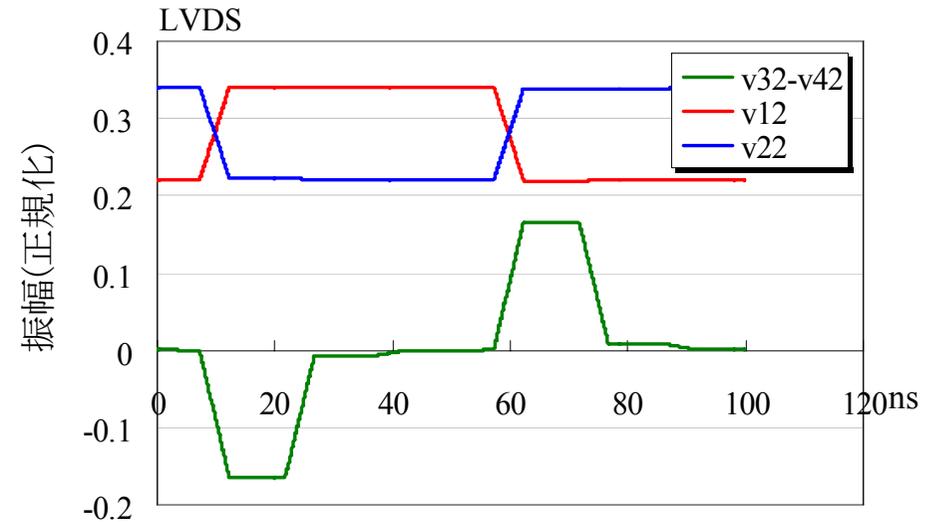
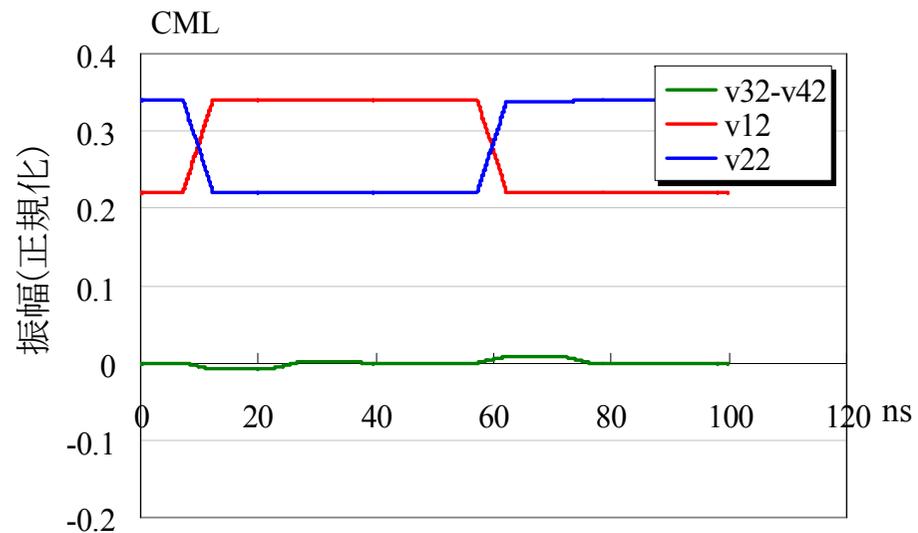
線路の往復分のパルス幅のX-talk

電流源駆動(LVDS) : #1 と逆極性

整合(CML) : ほとんどなし

電圧源駆動(PECL) : #1 と同じ極性

$$T = 100\text{ns}, T_w = 50\text{ns}, l = 1\text{m}$$



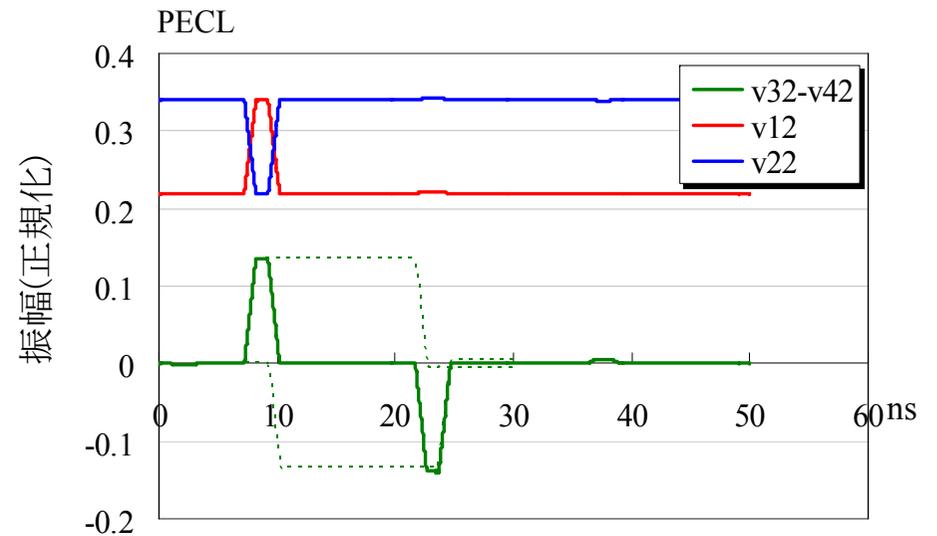
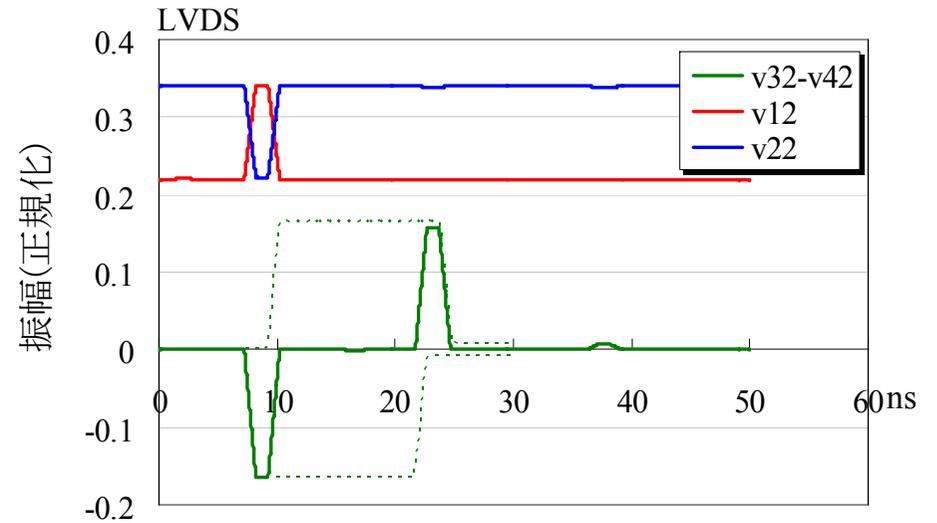
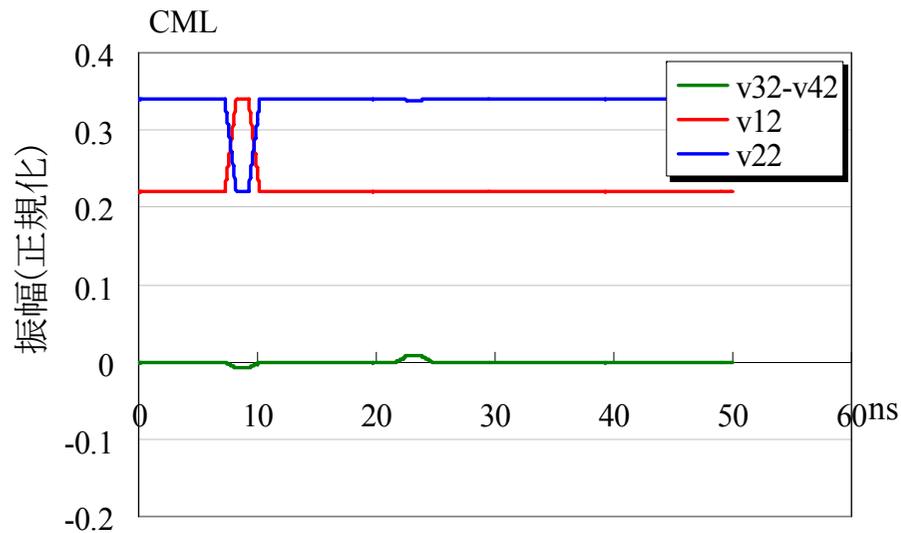
## 解析例2

実際に近い例

狭いパルス幅, 長い線長

パルスの後縁のX-talkが前縁のX-talkを  
途中から打ち消し, 狭いパルスのX-talkとなる

$$T = 50\text{ns}, T_w = 2\text{ns}, l = 1\text{m}$$



## クロストークの重畳

あまり長くない線長

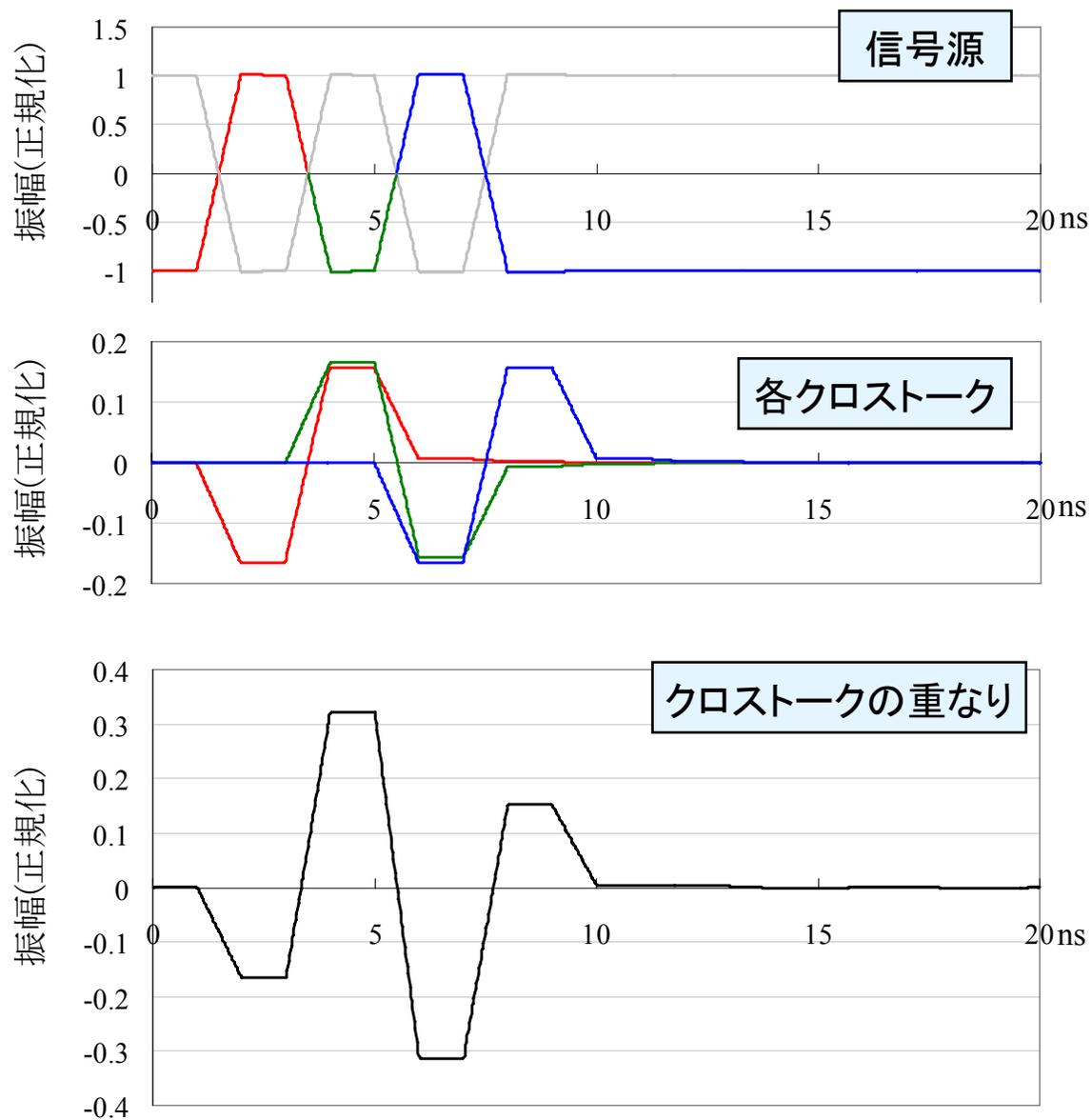
パルス幅と往復時間とが等しくなる

→ X-talkの重なりで2倍になる

LVDS

$$T_w = 2\text{ns}, l = 14\text{cm}$$

$$(2\tau = T_w)$$



## 参考文献

- 碓井有三：ボード設計者のための分布定数回路のすべて(改訂版) 自費出版 (<http://home.wondernet.ne.jp/~usui/>), 2004
- 枝, 大石：「GHz動作のボード設計「距離の壁」を克服へ」日経エレクトロニクス, 2001.6.18
- 碓井有三：「ボード上のGHz動作定量分析が最適な処方箋」日経エレクトロニクス 2002.1.7
- 碓井有三：「高速信号伝送技術」2003年度版日本実装技術ロードマップ 電子情報技術産業協会(JEITA) 2003.5
- 碓井有三：「高速システム設計における分布定数回路の考えかた」デザインウェーブマガジン 2003.9
- 碓井有三：「高速システムにおける線路損失の考え方」デザインウェーブマガジン 2003.9
- 碓井有三：「アイパターン」エレクトロニクス実装学会誌 vol.8 No.4 2005.7
- 碓井有三：「ギガビット伝送時の多層プリント配線板におけるSI問題」月刊EMC 2006.12
- 碓井有三：「ギガビット伝送のさらなる高速化に向けて」エレクトロニクス実装学会第23会講演大会招待講演, 2009.03
- 碓井有三：「ボード上の高速伝送技術」エレクトロニクス実装学会 2010最先端実装技術シンポジウム講演, 2010.06

以下の筆者のコラムもご覧ください

- |                |   |
|----------------|---|
| スペシャリストコラム     | <a href="http://www.elsenaco.jp/elspear/specialist_column/index.html">http://www.elsenaco.jp/elspear/specialist_column/index.html</a>             |
| 若手エンジニアへのメッセージ | <a href="http://www.mmjp.or.jp/tmc-seminar/column/es-column/es-column.html">http://www.mmjp.or.jp/tmc-seminar/column/es-column/es-column.html</a> |
| インテグリティな技術コラム  | <a href="http://www.jisso.net/">http://www.jisso.net/</a>   |